**Examenul național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_șt-nat***

**Simulare**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**



## SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați termenul $a_7$ al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$, știind că $a_2 = 3$ și $a_5 = 12$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6$. Determinați numerele reale $a$ pentru care punctul $A(a,a)$ este situat pe graficul funcției $f$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} + 2\cdot 3^x = 45$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.

5p **5.** Să se determine valoarea numărului real $a$, știind că vectorii $\vec{v} = 2\cdot\vec{i} + 3\cdot\vec{j}$ și $\vec{u} = a\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului $ABC$, știind că $BC = 9$ și că măsura unghiului $A$ este de $120°$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

**1.** Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde $a \in \mathbb{Z}$.

5p **a)** Calculați $A^2 - 3A$.

5p **b)** Demonstrați că $X(a)\cdot X(b) = X(a + b + 3ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$.

5p **c)** Arătați că $X(a)$ este matrice inversabilă pentru orice $a \in \mathbb{Z}$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$".

5p **c)** Determinați numerele reale $a$, pentru care $a \circ a \circ a = a$.

## SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} - \{-1\} \to \mathbb{R}, f(x) = x - \frac{1}{x+1}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2+2x+2}{(x+1)^2}$, $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$.

5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției $f$.

5p c) Demonstrați că $f(x) + f(x^2) \geq 1$ oricare ar fi $x \in (1,\infty)$.

**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{2x-x^2}{e^x}$.

Str. Al. Marghiloman nr. 30, 120031, Buzău
Tel: +40 (0)238 721655, Fax: +40 (0)238 414655
www.isjbuzau.ro, E-mail: office@isjbuzau.ro

5p **1)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^2}{e^x}$, este o primitivă a funcției $f$ .

5p **2)** Arătați că orice primitivă a funcției $f$ este strict crescătoare pe intervalul $(0;2)$ .

5p **3)** Arătați că funcția $F$ este concavă pe intervalul $(1;3)$.