

Examenul național de bacalaureat -Simulare

Proba E. c)

Matematică MI_matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

Scoala in Papuci

(30 de puncte)

SUBIECTUL I

1.	$(2+i)^2(2-i)^2 = [(2+i)(2-i)]^2 = (4-i^2)^2 =$ $= [4 - (-1)]^2 = 5^2 = 25$	3p 2p
2.	$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 6(-1) = 25,$ $f_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{4(-1)} = \frac{25}{4}$	2p 3p
3.	$x \in (0, \infty) \setminus \{1\}, \log_2 x = t, t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0$ $t_1 = 2, t_2 = \frac{1}{2}, \log_2 x = 2, \log_2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \{4, \sqrt{2}\}$	3p 2p
4.	Sunt 50 de numere naturale impare mai mici ca 100, deci sunt 50 de cazuri posibile. Sunt 24 cazuri favorabile: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 $P = \frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}} = \frac{24}{50} =$ $= \frac{12}{25}$	1p 2p 2p
5.	$x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3}, y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-1+0+x_C}{3}, \frac{1}{3} = \frac{0+2+y_C}{3}$ $x_C = 2, y_C = -1 \Rightarrow C(2, -1)$	3p 2p
6.	$\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right) =$ $= \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} =$ $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(-8) = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -8 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix},$ $\det(A(-8)) = 2 \cdot (-8) \cdot 2 + (-2) \cdot (-2) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-8) \cdot 1 - 2 \cdot (-2) \cdot 2 - 2 \cdot (-2) \cdot 2 = 0$	2p 3p
b)	Matricea A este inversabilă în $M_3(R) \Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0$	2p 3p

	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & a & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 4a+4+4-a+8+8=3a+24, 3a+24 \neq 0 \Rightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \{-8\}.$	
c)	Presupunem că există $a \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul (S) admite o soluție (x_0, y_0, z_0) cu $x_0 \in \mathbb{Z}, y_0 \in \mathbb{Z}, z_0 \in \mathbb{Z},$ Din prima și a treia ecuație a sistemului rezultă $2x_0 - 2y_0 + z_0 = 1$ și $x_0 + 2y_0 + 2z_0 = 1,$ Prin adunare $3x_0 + 3z_0 = 2 \Rightarrow 3(x_0 + z_0) = 2 \Rightarrow 3$ divide 2, fals. Deci sistemul (S) nu admite o soluție cu toate componentele numere întregi.	2p 3p
2.a)	$(x * y) * z = (x + y + xy) * z = x + y + xy + z + (x + y + xy)z = x + y + z + xy +$ $+ xz + yz + xyz$ $x * (y * z) = x * (y + z + yz) = x + y + z + yz + x(y + z + yz) = x + y + z + xy +$ $xz + yz + xyz,$ deci legea este asociativă.	2p 3p
b)	Fie e elementul neutru. Atunci $x * e = e * x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x + e + xe = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow e(x + 1) = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow e = 0,$ care verifică $x * 0 = 0 * x = x + 0 + 0 \cdot x = x, \forall x \in \mathbb{R}.$ Deci 0 este elementul neutru al legii "*".	3p 2p
c)	Avem că $x * y = x + y + xy = (x + 1)(y + 1) - 1.$ Fie $S_n = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ $S_1 = 1, S_2 = 1 * \frac{1}{2} = (1 + 1) \left(\frac{1}{2} + 1\right) - 1 = 2$ $S_3 = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} = \left(1 * \frac{1}{2}\right) * \frac{1}{3} = (2 + 1) \left(\frac{1}{3} + 1\right) - 1 = 3$ Presupunem că $S_n = n.$ Atunci $S_{n+1} = 1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{n} * \frac{1}{n+1} = \left(1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{n}\right) * \frac{1}{n+1} =$ $n * \frac{1}{n+1} = (n + 1) \left(\frac{1}{n+1} + 1\right) - 1 = n + 2 - 1 = n + 1.$ Conform principiului inducției matematice $S_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*. S_{2023} = 2023$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)' = \frac{(\ln x)' \sqrt{x} - (\sqrt{x})' \ln x}{x} =$ $\frac{\frac{1}{x} \sqrt{x} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$	3p 2p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \ln x = 0 \Leftrightarrow \ln x = 2 \Leftrightarrow x = e^2, f'(x) > 0 \forall x \in (0, e^2), f'(x) < 0$ $\forall x \in (e^2, \infty)$ f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e^2]$ și f este strict descrescătoare pe intervalul $[e^2, \infty)$	3p 2p
c)	Avem $3 \in (0, e^2), 5 \in (0, e^2), f$ este strict crescătoare pe intervalul $(0, e^2)$ și cum $3 < 5$ avem $f(3) < f(5)$ $\frac{\ln 3}{\sqrt{3}} < \frac{\ln 5}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \sqrt{5} \ln 3 < \sqrt{3} \ln 5 \Leftrightarrow \ln 3^{\sqrt{5}} < \ln 5^{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3^{\sqrt{5}} < 5^{\sqrt{3}}.$	3p 2p
2.a)	Pentru $x \in (0, \infty), \int g(x) dx = \int \frac{x}{e^x} dx = \int \frac{1}{e^x} dx =$ $= \int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$	2p 3p
b)	$\int f(x) dx = \int x e^{-x} dx = - \int x (e^{-x})' dx =$ $= -x e^{-x} + \int x' e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx = -x e^{-x} - e^{-x} + C = -(x + 1) e^{-x} + C$	2p 3p

Scoala in Papuci

c)	<p>Fie $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o primitivă a funcției f. Atunci $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.</p> <p>Cum $f(x) = xe^{-x} < 0, \forall x \in (-\infty, 0)$ și $f(x) = xe^{-x} > 0, \forall x \in (0, \infty)$ rezultă că F este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și F este strict crescătoare pe $[0, \infty)$ deci F are ca punct de minim punctul de abscisă $x_0 = 0$.</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
----	--	---------------------

Scoala in Papuci

ISUBUZAU