Examen național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

Scoala in Papuci

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I		**(30 de puncte)**
1.	$a_{2023} = a_1 + 2022 \cdot r$ $a_{2023} = 2013$	2p 3p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2x - 4$ $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 3 \Rightarrow$Suma absciselor punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor este 5	2p 3p
3.	$x^2 - 5x + 7 = (x-1)^2 \Leftrightarrow -5x + 7 = -2x + 1$ $\Leftrightarrow 3x = 6$, deci $x = 2$, care convine	2p 3p
4.	Mulțimea A are 50 de elemente , deci sunt 50 cazuri posibile. Mulțimea A conține 7 numere naturale, deci sunt 43 de cazuri favorabile. $P = \frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile} = \frac{43}{50}$	3p 2p
5.	Punctul $M(-2;3)$ este mijlocul laturii BC. Ecuația medianei din A este $d: y = 3$.	2p 3p
6.	$(sinx - cosx)^2 + (sinx + cosx)^2 =$ $sin^2x - 2sinxcosx + cos^2x + sin^2x + 2sinxcosx + cos^2x =$ $2(sin^2x + cos^2x) = 2$, pentru orice număr real x.	2p 3p

SUBIECTUL al II -lea		**(30 de puncte)**
1.a.	$\det(A) = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-3) - 6 \cdot (-2)$ $\det(A) = -12 + 12 = 0$	3p 2p
1.b.	$M(x) \cdot M(y) = (I_2 + xA)(I_2 + yA) = I_2 + xA + yA + xyA^2, A^2 = A \cdot A = A$ Obținem $M(x) \cdot M(y) = I_2 + (x + y + xy)A = M(x + y + xy)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
1.c.	$M(m + n + mn) = M(6) \Leftrightarrow m + n + mn = 6 \Leftrightarrow (m+1)(n+1) = 7$ Cum m și n sunt naturale obținem perechile $(6,0)$ și $(0,6)$	3p 2p
2.a.	$x \circ y = xy - x - y + 1 + 1 = x(y-1) - 1(y-1) + 1$ $= (y-1)(x-1) + 1 = (x-1)(y-1) + 1$, oricare ar fi numerele reale x și y.	3p 2p
2.b.	$x \circ x = (x-1)^2 + 1$ de unde obținem $(x-1)^2 \leq 4$ $\lvert x - 1 \rvert \leq 2$ de unde se obține $x \in [-1; 3]$	2p 3p
2.c.	$1 \circ x = 1$ pentru orice x număr real. $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \ldots \circ 2023^n = 1 \circ (2^n \circ 3^n \circ \ldots \circ 2023^n) = 1$, oricare ar fi n număr natural nenul	2p 3p

SUBIECTUL al III -lea		(30 de puncte)
1.a.	$f'(x)=\frac{1\cdot(x^2+5)-(x-2)\cdot 2x}{(x^2+5)^2}=$	3p
	$\frac{5+4x-x^2}{(x^2+5)^2}=\frac{(5-x)(x+1)}{(x^2+5)^2}, x\in\mathbb{R}$	2p
1.b.	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x^2+5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{x\left(1+\frac{5}{x^2}\right)}=0$	3p
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției.	2p
1.c.	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1, x=5$ Dacă $x\in(-\infty;-1]$ atunci $f'(x)\le 0$ deci f este descrescătoare pe $(-\infty;-1]$ Dacă $x\in[-1;5]$ atunci $f'(x)\ge 0$ deci f este crescătoare pe $[-1;5]$ Dacă $x\in[5;+\infty)$ atunci $f'(x)\le 0$ deci f este descrescătoare pe $[5;+\infty)$	3p
	Cum $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, $f(-1)=-\frac{1}{2}$, $f(5)=\frac{1}{10}$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ obținem $-\frac{1}{2}\le f(x)\le\frac{1}{10}$ pentru orice x număr real.	2p
2.a.	$\int\frac{f(x)}{x^2}dx=\int\frac{xlnx}{x^2}dx=\int\frac{lnx}{x}dx=\int lnx\cdot(lnx)'dx=$	3p
	$=\frac{(lnx)^2}{2}+c, c\in\mathbb{R}$.	2p
2.b.	Fie F o primitivă a funcției f deci $F'(x)=f(x), F''(x)=f'(x), (\forall)x\in(0,+\infty)$	3p
	$F''(x)=f'(x)=lnx+1>0, (\forall)x\in\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ deci F este convexă pe $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$	2p
2.c.	$G(x)=\int g(x)dx=\int xlnxdx+\int\frac{1}{x}lnxdx=\frac{x^2}{2}lnx-\frac{x^2}{4}+\frac{(lnx)^2}{2}+k, k\in\mathbb{R}$	3p
	$G(e)=\frac{e^2}{4}\Rightarrow k=-\frac{1}{2}$ și $G(x)=\frac{x^2}{2}lnx-\frac{x^2}{4}+\frac{(lnx)^2}{2}-\frac{1}{2}$	2p