Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

*Simulare*

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**



## SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Arătați că $(3-\sqrt{6})^2 - 2\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}-3\sqrt{2}) = 9$.

5p 2. Se consideră funcția $f: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}, f(x) = 4x - 1$. Determinați numărul real $a$ pentru care $f(a)\cdot f(0) + f(3) = 0$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16 \cdot 2^{2x} = 8^x$.

5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1,2,3,4\}$.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2;1)$, $B(5;4)$ și $C(-1;4)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

5p (5p) 6. Demonstrați că $(\text{tg}30^0 + \text{tg}60^0)\cdot\sin 60^0 = 2$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricile $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbf{R}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Arătați că $\det A(2) = 5$.

5p b) Arătați că $A(-1) + A(3) = 2A(1)$.

5p c) Determinați numărul real $a$ pentru care $A(a)\cdot\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 5I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \star y = xy - 2(x+y) + 6$

5p a) Arătați că $(-3)\star 3 = -3$.

5p b) Demonstrați că $x \star y = (x-2)(y-2) + 2$.

5p c) Determinați valorile întregi ale lui $m$ pentru care $(m-1)\star m \le 2$.

## SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0;\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2+2x}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$, pentru orice $x \in (0;\infty)$.

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abcisă $x = 1$.

5p c) Să se studieze monotonia lui f.

2. Se consideră funcțiile $f, F:(0;\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}\right)$, $F(x) = 2\cdot\ln x - \frac{1}{x^2} + 2$.

5p a) Arătați că F(x) este o primitivă a lui f(x) pe $(0;\infty)$.

5p b) Să se arate că $\int x\cdot(F(x) - 2\cdot\ln x)dx = x^2 - \ln x + C$.

5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției $f$ este concavă pe $(0;\infty)$.