

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

SUBIECTUL I

(30 puncte)

| | | |
|-----------|--|------------------------|
| 5p | 1. Calculul $2 \cdot (1 - 0,5)$ Finalizare $2,5 + 1 = 3,5$ | 3p 2p |
| 5p | 2. $f(-1) = (-1)^2 - 3 \cdot a \cdot (-1) + 1 = 2 + 3a, \forall a \in \mathbf{R}$ $f(2) = 2^2 - 3 \cdot a \cdot 2 + 1 = 5 - 6a, \forall a \in \mathbf{R}$ $f(-1) + f(2) = 13, \Rightarrow 7 - 3 \cdot a = 13 \Rightarrow a = -2.$ | 3p 2p |
| 5p | 3. Ecuația $\sqrt[3]{x^3 + 2x - 2} = x \Rightarrow x^3 + 2x - 2 = x^3$ $x = 1$ soluția căutată. | 3p 2p |
| 5p | 4. Cifra unităților se poate alege în trei moduri $\{0, 2, 4\}$. Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în 5 moduri, iar cifra sutelor în se poate alege în 4 moduri, deci pot avea $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ numere. | 2p 3p |
| 5p | 5. Dacă CM mediană $\Rightarrow M$ mijlocul lui AB și $M\left(\frac{9}{2}, 2\right)$ $CM = \sqrt{(x_M - x_C)^2 + (y_M - y_C)^2}; CM = \sqrt{\left(1 - \frac{9}{2}\right)^2 + (2 - 2)^2} = \frac{7}{2}.$ | 2p 3p |
| 5p | 6. Aria triunghiului $A_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow 6 = \frac{AB^2}{2} \Rightarrow AB = AC = 2\sqrt{3}$ Aplicând teoremei lui Pitagora $BC^2 = 2 \cdot AB^2 \Rightarrow BC = 2\sqrt{6}.$ | 3p 2p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

| | | |
|-----------|--|------------------------|
| 5p | 1. $2024 * (-2024) = 2024 + (-2024) - 6$ Finalizare. | 3p 2p |
| 5p | 2. $e = 6$ elementul neutru al legii de compoziție data $\Leftrightarrow x * 6 = 6 * x = x, x$ număr real $x * 6 = x + 6 - 6 = x, x$ număr real $6 * x = 6 + x - 6 = x, x$ număr real, $e = 6$ element neutru. | 3p 2p |
| 5p | 3. $2^x * 4^x = 0 \Rightarrow 2^x + 4^x - 6 = 0$, Notăm $2^x = t > 0$. Ecuația devine $t^2 + t - 6 = 0$ $t = 2 > 0, t = -3 < 0; x = 1, \forall x \in \mathbf{R}$ | 3p 2p |
| 5p | 4. $a * a = a + a - 6 = 2a - 6, \forall a \in \mathbf{R}; a * a * a = 2a - 6 + a - 6 = 3a - 6 \cdot 2, \forall a \in \mathbf{R}$ $a * a * a * a * a * a * a = 7a - 6 \cdot 6 = 7a - 36, \forall a \in \mathbf{R}$ | 3p 2p |
| 5p | 5. $(1 - x) * (2x + 3) \leq 2 \Rightarrow 1 - x + 2x + 3 - 6 \leq 2, x \in \mathbf{N}$ $x - 2 \leq 2 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ | 2p 3p |
| 5p | 6. Ecuația $\log_3(x + 2) * (-\log_3(4 - x)) = -6 \Rightarrow \log_3(x + 2) - \log_3(4 - x) - 6 = -6$ $\Rightarrow \log_3(x + 2) = \log_3(4 - x)$, condiția de existență $x \in (-2, 4)$ $x + 2 = 4 - x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x \in (-2, 4), x$ număr întreg. | 3p 2p |

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

| | | |
|-----------|--|------------------------|
| 5p | 1. $3A - 2B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} 6x & 3 \\ 6 & 9y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 6x \\ -2y & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -12 \end{pmatrix}$ Din egalitatea avem $6x - 2 = 4 \Rightarrow x = 1$ și $6 + 2y = 2 \Rightarrow y = -2, \forall x, y \in \mathbf{R}$ | 3p 2p |
|-----------|--|------------------------|

| | | |
|-----------|---|----------------------------|
| 5p | <p>2. Calculul $A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}$, $B \cdot A = \begin{pmatrix} 8 & -17 \\ -2 & 20 \end{pmatrix}$</p> <p>$AB - BA = \begin{pmatrix} -4 & 20 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$.</p> | 3p 2p |
| 5p | <p>3. $\det A = -14$, $\det B = -9$, $\det(AB) = 126$ Finalizare</p> | 3p 2p |
| 5p | <p>4. $\det C = -42$, calculăm $A^2 = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -8 & 38 \end{pmatrix}$, $\det A^2 = 196$</p> <p>$(\det C) + n \cdot (\det A^2) \leq 154 \Rightarrow -42 + 196n \leq 154 \Rightarrow n \leq 1, n \in \mathbf{N}^* \Rightarrow n = 1$</p> | 3p 2p |
| 5p | <p>5. $A - B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $(A - B)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$</p> <p>$\det(A - B)^2 = 9 = 3^2$, pătrat perfect.</p> | 3p 2p |
| 5p | <p>6. Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\forall a, b, c, d \in \mathbf{R}$; atunci relația se scrie $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$</p> <p>de unde obținem $a = \frac{4}{7}$, $b = \frac{15}{14}$, $c = -\frac{1}{7}$, $d = \frac{6}{7}$, care verifică ecuația.</p> | 2p 3p |