Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2024
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Determinați partea întreagă a numărului $2020+2\sqrt{5}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=x^2-(2m+1)x+m^2-m$, $m\in R$. Aflați valorile reale ale lui m pentru care parabola asociată graficului funcției se află deasupra axei Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x-1)-2\log_4(2-x)=1$.

5p **4.** Aflați $n\in N, n\geq 2$ pentru care numerele P_4, A_6^2 și C_n^2 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,3), B(3,5)$ și $C(0,-3)$. Determinați ecuația înălțimii din vârful B al triunghiului ABC.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $B=\dfrac{\pi}{6}, C=\dfrac{\pi}{4}$ și $AC=20$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 3^x & 1 \\ x^2 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este un număr natural nenul.

5p a) Arătați că $\det(A(x))<0$, pentru orice $x\in N^*$.

5p b) Aflați urma matricei B, unde $B=A(1)+A(2)+A(3)+\ldots+A(2024)$.

5p c) Determinați matricea $C\in M_2(R)$ pentru care $A(x)\cdot C=C\cdot A(x)=I_2$, pentru orice $x\in N^*$.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție $x\circ y=xy+ax+by+42$, oricare ar fi $x,y\in R$ și $a,b\in R$.

5p a) Pentru $a=b=7$, calculați $\sqrt{2}\circ(-\sqrt{2})$.

5p b) Aflați a și b numere reale pentru care legea de compoziție este asociativă.

5p c) Pentru $a=b=-6$, calculați $C_2^2\circ C_3^2\circ C_4^2\circ\ldots\circ C_{2024}^2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Fie funcția $f:R\to R,\ f(x)=\dfrac{x+3}{e^x}$.

5p a) Arătați că $(x+2)f(x)+(x+3)f'(x)=0$, pentru orice $x\in R$.

5p b) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

5p c) Arătați că $f(1)+2\cdot f(2)+3\cdot f(3)+\ldots+36\cdot f(36)<2024$.

2. Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=\begin{cases} 3(x+1)^2, x<-1 \\ (x+2)\ln(x+2), x\geq -1 \end{cases}$.

5p a) Demonstrați că f admite primitive pe R.

5p b) Arătați că orice primitivă a lui f este crescătoare pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

5p c) Pentru $x\in(-\infty,-1)$, determinați o primitivă F a lui f pentru care $F(-2)=0$.