

EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT
MATEMATICĂ M_MATE-INFO
Testare de etapă
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1. Să se determine numărul natural m pentru care numărul complex $z = \frac{m-3i}{3-mi}$ este real.
2. Să se găsească o relație independentă de parametru real m între rădăcinile ecuației:

$$x^2 - (m+2)x + 3m = 0, m \in \mathbb{R}.$$
3. Să se rezolve ecuația $\sqrt{3x+1} + \sqrt{17-x} = 8$.
4. Se consideră mulțimile $M = \{1, 2, 3, 4\}$ și $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Să se determine numărul funcțiilor descrescătoare $f: M \rightarrow N$ cu proprietatea că $f(4) = 2$.
5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(-1, 1)$ și $C(1, 3)$. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul C și este paralelă cu mediatoarea segmentului BC .
6. Știind că $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ și că $\sin x = -\frac{2}{3}$, să se calculeze $\sin 2x$.

Scoala in Papuci
Subiectul II
(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = -1 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ 5x + y + mz = n \end{cases}, m, n \in \mathbb{R}.$$
 - a) Să se determine parametrul real m pentru care determinantul matricei sistemului este nul.
 - b) Să se determine valorile reale ale lui m și n pentru care sistemul este incompatibil.
 - c) Să se arate că există o infinitate de valori ale lui m și n pentru care sistemul admite o soluție (x, y, z) cu x, y, z în progresie aritmetică.
2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \star y = xy - 3x - 3y + 12$.
 - a) Să se arate că legea $\star$ se mai scrie și $x \star y = (x-3)(y-3) + 3$.
 - b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $x \circ (x+1) = 3$.
 - c) Să se rezolve inecuația $x \circ 2x \leq 0$.

Subiectul III
(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x-1}$.
 - a) Arătați că $f'(x) = 1 - \frac{2}{(x-1)^2}$.
 - b) Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre tangenta la graficul funcției în punctul de abscisă $x = 2$ și asimptota oblică la $+\infty$.
 - c) Arătați că pentru orice $x \in [2, 4]$ are loc inegalitatea $2\sqrt{2} \leq f(x) \leq \frac{11}{3}$.

2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \in (-\infty, -1) \\ 2+x, & x \in [-1, \infty) \end{cases}$.

a) Să se arate că f să admită primitive pe $\mathbb{R}$.

b) Să se determine o primitivă F a funcției cu proprietatea că $F(2) = \frac{3}{2}$.

c) Determinați o primitivă $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2x^2+x+4-f(x)}$, pentru care $G(0) = 0$, unde $f(x) = 2+x, x \in [-1, \infty)$

Scoala in Papuci