

EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT

MATEMATICĂ M_ȘT-NAT

Testare de etapă

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

Scoala in Papuci

Subiectul I

(30 puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Calculați suma primilor zece termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 + a_8 = 16$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - x + 3$, $g(x) = x - 2$. Să se calculeze $(f \circ g)(1)$. |
| 5p | 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\sqrt{x^2 + x + 3} = x + 1$. |
| 5p | 4. Să se determine câte numere de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele din mulțimea $\{0, 2, 4, 6\}$. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(-2, 3)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 5\vec{j}$. |
| 5p | 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC , în care $A = 30^\circ$ și $BC = 8$ cm. |

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră matricea $M(a) = \begin{pmatrix} 4-a & 2 \\ 2 & 4-a \end{pmatrix}$. |
| 5p | a) Arătați că $\det(M(1)) = 5$. |
| 5p | b) Demonstrați că $M(a) + M(-a) = 2M(0)$ pentru orice număr real a . |
| 5p | c) Determinați numerele reale x și k , știind că $M(x) \cdot M(x) = kM(2)$. |
| | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4xy + 2x + 2y + 2$. |
| 5p | a) Arătați că $(-1) * 2 = -4$. |
| 5p | b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = 10$. |
| 5p | c) Determinați numărul întreg n pentru care $\left(\frac{1}{n} - 1\right) * (n) = 1$. |

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.
- 5p b) Se determină ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = e$
- 5p c) Demonstrați că $e \ln x \leq x$, $\forall x \in (0, \infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x^2 + 2x + 5$.
- 5p a) Determinați primitivele funcției f .
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați o primitivă $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x) - 2x + 2}$, pentru care $G(0) = 0$.

Scoala in Papuci