Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
11 decembrie 2025

Simulare

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică – informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică – informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

Scoala in Papuci

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați conjugatul numărului complex $z=(1+i)^8-i$.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ pentru care $(a-1)x^2-(a-1)x+a+3\le 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+5}=\sqrt[3]{2^{2x}}$.

5p **4.** Considerăm mulțimea $A=\{1,2,3,4\}$ și $M=\{f \mid f:A\to A\}$ Calculați probabilitatea ca alegând o funcție din mulțimea M, aceasta să fie injectivă.

5p **5.** Fie $ABCD$ paralelogram și punctele E și F astfel încât $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$ și $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FE}$. Să se demonstreze că A,F,C sunt coliniare.

5p **6.** Triunghiul ΔABC are $AB=5, AC=12, BC=13$. Arătați că $R=\frac{13}{4}r$, unde R este raza cercului circumscris și r este raza cercului înscris în triunghiul ABC.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y+az=1 \\ x+2ay+z=-1 \\ 2ax+y+(a+1)z=0 \end{cases}$, unde a este un număr real.

5p **a)** Rezolvați sistemul pentru $a=0$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul are soluție unică.

5p **c)** Pentru $a=-1$, determinați soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului pentru care $x_0^2+y_0^2+z_0^2=1$.

2. Pe mulțimea $G=(0,1)$ considerăm legea de compoziție “$*$”, definită prin $x*y=\frac{xy}{2xy-x-y+1}$, oricare ar fi $x,y\in G$.

5p **a)** Verificați dacă $e=\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție.

5p **b)** Arătați că $x*y\in G$ oricare ar fi $x,y\in G$.

5p **c)** Știind că legea de compoziție “$*$” determină o structură algebrică de grup pe mulțimea G, determinați numerele reale a, b pentru care funcția $f:G\to(0,+\infty), f(x)=\frac{a}{x}-b$ este izomorfism de grupuri între $(G,*)$ și $((0,+\infty),\cdot)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{x-2}{(x+1)^2\sqrt{x^2+2}}$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)\right)^{5x}$.

5p **c)** Arătaţi că $\sqrt{3\left(e^{2x}+2\right)}\geq\left(e^x+1\right)\sqrt{2}$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$.

2. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\cos x}{2-\cos^2 x}$.

5p **a)** Arătați că orice primitivă a funcției *f* este strict crescătoare pe $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

5p **b)** Calculaţi $\int f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinați o primitivă a funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)\sin x$ pentru care $G\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\ln\sqrt{\dfrac{2}{e}}$

Scoala in Papuci