

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Scoala in Papuci

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_1 = 3$ și $a_3 = 27$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile f și g definite prin $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 4$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x + 1$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n) < g(n)$.
- 5p 3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2(7x - 6) = 2 \log_2 x$.
- 5p 4. Prețul unui produs este de 400 de lei. Acesta se scumpește cu 20%. La casa de marcat se aplică un discount de 5% din noul preț. Determinați prețul final al produsului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 2)$, $B(2, 5)$ și $C(5, 1)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Arătați că $(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ) \cdot \sin 60^\circ = 2$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 6x + 6y - 3xy - 10$.

- 5p 1. Arătați că $2 * 3 = 2$.
- 5p 2. Demonstrați că $x * y = 2 - 3(x - 2) \cdot (y - 2)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = \frac{5}{3}$ este element neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p 4. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x * x = -1$.
- 5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x^2} * 8^{2x} = 2$.
- 5p 6. Determinați perechile de numere întregi (m, n) cu proprietatea că $m < n$, astfel încât $m * n = -13$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det X(0) = 1$.
- 5p 2. Calculați $A^2 - 5A$.
- 5p 3. Determinați $m \in \mathbb{Z}$ astfel încât $X(-1) \cdot X(2) = X(m)$.
- 5p 4. Arătați că $\det X(a) \neq 0$ pentru orice număr întreg a .
- 5p 5. Rezolvați ecuația matriceală $(I_2 + A) \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 11 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$, unde $X \in M_2(\mathbb{R})$.
- 5p 6. Demonstrați că $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 5ab)$ pentru orice a și b numere reale.