Examenul naţional de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
11 decembrie 2025

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se arate că $\frac{1}{\log_3 2}, \frac{1}{\log_6 2}, \frac{1}{\log_{12} 2}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f : R \to R$, $f(x) = x^2 - 8x - 9$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 3 \cdot 2^{x-4} = 76$.

5p **4.** Determinați rangul termenului care **nu** îl conține pe x din dezvoltarea binomului $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{21}$.

5p **5.** Să se determine distanța de la punctul de intersecție a dreptelor $d_1 : x + y - 2 = 0$ și $d_2 : 2x + y - 3 = 0$ la dreapta de ecuație $d_3 : 3x - 4y - 14 = 0$.

5p **6.** Determinați măsura unghiului C a triunghiului ABC, știind că $BC = 4$, $AB = 2\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle BAC) = 135^0$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $A(a) = \begin{pmatrix} 1+5a & 10a \\ -2a & 1-4a \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$

5p a) Să se calculeze $\det A(1)$

5p b) Să se demonstreze ca $A(a) \cdot A(b) = A(a + b + ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.

5p c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că $A^2(a) = A^4(1)$

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = axy + x + y$, unde a este un număr real pozitiv.

5p **a)** Arătați că legea de compozitie admite element neutru oricare ar fi $a > 0$.

5p **b)** Arătați că $G = \left(-\frac{1}{a}, +\infty\right)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu operația "$\circ$".

5p **c)** Pentru $a = 3$ determinați valorile reale ale lui x pentru care $x \circ x \circ x = 21$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real $m > 0$, ecuația $f(x) = m$ are soluție unică în $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcțiile $f, F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2+\sqrt{x}}{2x}$ și F o primitivă a funcției f.

5p **a)** Arătați că orice primitivă F a funcției f este concavă pe $(0,\infty)$.

5p **b)** Calculați $\int \ln x\cdot f(x)dx$, $x\in(0,\infty)$.

5p **c)** Determinați primitiva $G:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)\cdot F''(x)$, pentru care $G(1)=2$