

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $(1+0,8) : 2 + 0,3 : 3 = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - a$  și  $g(x) = x^2 - 6x + 9$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = g(a)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(7x+11) = 2$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea  $\{0,1,2,3,4,5\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $3n \geq n^3$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,5)$ ,  $B(1,2)$ . Arătați că triunghiul  $BOC$  este dreptunghic în  $O$ , știind că  $B$  este mijlocul segmentului  $AC$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ ,  $AB = 9$  și măsura unghiului  $C$  este egală cu  $60^\circ$ . Arătați că  $AC = 3\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**( 30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$  și  $B(a) = \begin{pmatrix} a & a+1 \\ a-3 & 4a-1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(B(1)) = 7$ .
- 5p b) Arătați că  $B(2) - B(0) \cdot B(1) = 4A$
- 5p c) Determinați numerele reale  $a$ , pentru care  $\det(B(a) - aA) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 3(x+y) - xy - 6$ .
- 5p a) Arătați că  $\frac{1}{3} * 3 = 3$ .
- 5p b) Demonstrați că  $e = 2$  este elementul neutru al legii de compoziție “\*”.
- 5p c) Determinați valorile numărului natural  $n$  pentru care  $(n-1) * n > -3$ .

*Scoala in Papuci*

**SUBIECTUL al III-lea**

**( 30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3x(2 \ln x + 1)$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \geq -\frac{3}{2e}$  oricare ar fi  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ .
- 5p a) Calculați  $\int \frac{f(x)}{x^2} dx$ , pentru  $x \in (0, +\infty)$
- 5p b) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$ , pentru care  $F(2) = 4$ .
- 5p c) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este convexă pe intervalul  $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$ .