Simulare județeană

Proba E. c) - Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lg(2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6)-1=\lg(2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6)-\lg10=\lg\frac{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{10}=$ $=\lg\frac{2^4\cdot3^2\cdot5}{2\cdot5}=\lg2^3\cdot3^2=3\lg2+2\lg3.$	**2p** **3p**
2.	Abscisa punctului M este soluția ecuației $g(x)=0\Leftrightarrow x=-3$ Punctul $M(-3,0)$ aparține graficului funcției $f\Leftrightarrow f(-3)=0\Leftrightarrow 9m-9=0\Leftrightarrow m=1.$	**2p** **3p**
3.	$\sqrt{x}-\sqrt{x-3}=1\Leftrightarrow\sqrt{x}=\sqrt{x-3}+1\Leftrightarrow x=x-3+2\sqrt{x-3}+1\Leftrightarrow$ $\sqrt{x-3}=1\Leftrightarrow x=4,$ care convine.	**2p** **3p**
4.	Numărul cazurilor posibile este 900. Pentru că $3=3+0+0=2+1+0=1+1+1$, cazurile favorabile sunt 300, 210, 201, 120, 102, 111 deci sunt 6 de cazuri favorabile. $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{6}{900}=\frac{1}{150}$	**2p** **3p**
5.	$\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AM}=$ $=\frac{\alpha+1}{\alpha}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right)=\frac{\alpha+1}{\alpha}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}\right)=\vec{0}.$	**2p** **3p**
6.	$\sin\frac{5\pi}{6}=\sin\left(\pi-\frac{5\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6};\ \cos\frac{5\pi}{3}=\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}$ $\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{5\pi}{6}\cos\frac{5\pi}{3}=\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3}=0$	**3p** **2p**

Scoala in Papuci

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\det(A(0))=\begin{vmatrix}1&-2&1\\-2&1&1\\1&1&-2\end{vmatrix}=$ $=-2-2-2-1-1+8=0$	**3p** **2p**
	b) $\det(A(m))=\begin{vmatrix}m+1&-2&1\\-2&1&m+1\\1&m+1&-2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}m&m&m\\-2&1&m+1\\1&m+1&-2\end{vmatrix}=m\begin{vmatrix}1&1&1\\-2&1&m+1\\1&m+1&-2\end{vmatrix}=$ $=m\begin{vmatrix}1&0&0\\-2&3&m+3\\1&m&-3\end{vmatrix}=-m\left(m^2+3m+9\right)$ $\exists A^{-1}(m)\Leftrightarrow\det(A(m))\neq0\Leftrightarrow m\neq0$	**3p** **2p**
	c) Pentru $x=1,\ y=2$ și $z=3$ sistemul este echivalent cu $\begin{cases}m+1-4+3=m\\-2+2+3m+3=3m+3,\\1+2m+2-6=2m-3\end{cases}$ egalitățile sunt adevărate, deci $x=1,\ y=2$ și $z=3$ este o soluție a sistemului. $m\neq0\Rightarrow\det(A(m))\neq0$ și rezultă, conform teoremei lui Cramer că singura soluție a sistemul de ecuații este $x=1,\ y=2$ și $z=3$.	**2p** **3p**
2.	**a)** $(x+1)(y+1)-1=xy+x+y+1-1=$	**3p**
	$=x*y$ pentru orice $x,\ y\in M$.	**2p**

	b) $x\in M$ și $x\neq -1$ astfel încât $x*x'=0 \Leftrightarrow (x+1)(x'+1)-1=0 \Leftrightarrow x'=\frac{1}{x+1}-1$	**2p**
	$x\in M$ și $x\neq -1 \Rightarrow x+1>0$, rezultă că există $x'\in M$ și $x'\neq -1$, astfel încât $x*x'=0$.	**3p**
	c) $x*x*x*x=x \Leftrightarrow (x+1)^4-1=x \Leftrightarrow$	**2p**
	$x(x+1)(x^2+3x+3)=0 \Leftrightarrow x=-1\in M$ sau $x=0\in M$ sau $x=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\notin M$ sau $x=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\notin M$	**3p**

Scoala in Papuci

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $f'(x)=(-x)'\ln x - x(\ln x)' - (1-x)'\ln(1-x) - (1-x)(\ln(1-x))' =$	**3p**
	$=-\ln x+\ln(1-x)=\ln\frac{1-x}{x}$	**2p**
	b) $\lim\limits_{x\searrow 0} x\ln x=\lim\limits_{x\searrow 0}\frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'}=\lim\limits_{x\searrow 0}(-x)=0\Rightarrow$	**3p**
	$\lim\limits_{x\searrow 0} f(x)=\lim\limits_{x\searrow 0}\left(-x\ln x-(1-x)\ln(1-x)\right)=0.$	**2p**
	c) $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\searrow 0} f'(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\nearrow 1} f'(x)=+\infty$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 \\ \hline f'(x) & +\infty & +++++++++++ & 0 & ------- & -\infty \\ \hline f & & \nearrow\nearrow\nearrow\nearrow & \ln 2 & \searrow\searrow\searrow\searrow & \end{array}$ În consecință rezultă că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $\left(0,\frac{1}{2}\right]$ și strict descrescătoare pe intervalul $\left[\frac{1}{2},0\right)$, rezultă că $f(a)\leq f\left(\frac{1}{2}\right)$, $\forall a\in(0,1)\Rightarrow$	**3p**
2.	**a)** $\int_0^1 \frac{f_2(x)}{\sqrt{x+1}}dx=\int_0^1 x^2dx=$	**2p**
	$=\frac{x^3}{3}\Big\|_0^1=\frac{1}{3}.$	**3p**
	b) $I_1=\int_0^1 x\sqrt{x+1}dx=\int_0^1[(x+1)-1]\sqrt{x+1}(x+1)'dx=\int_1^2 (x^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{1}{2}})dx=$	**3p**
	$=\left(\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}-\frac{2}{3}x\sqrt{x}\right)\Big\|_1^2=\frac{4(\sqrt{2}+1)}{15}.$	**2p**
	c) $I_n=\frac{2}{3}\int_0^1 x^n\left((x+1)^{\frac{3}{2}}\right)'dx=\frac{2}{3}\left[x^n\left(\sqrt{x+1}\right)^3\Big\|_0^1-n\int_0^1 x^{n-1}(x+1)\sqrt{x+1}dx\right]=$	**2p**
	$=\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2}-nI_n-nI_{n-1}\right)\Rightarrow (2n+3)I_n+2nI_{n-1}=4\sqrt{2}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$	**3p**