Examenul național de bacalaureat 2026 – simulare județeană
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

Scoala in Papuci

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\log_2 3$, $\log_2 6$ și $\log_2 12$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Determinați numărul real a, pentru care graficele funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-4x+9$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=x+a$ se intersectează într-un punct de abscisă $x=1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\left\{\sqrt{n}\ /\ n\in\mathbb{N}, n<100\right\}$ acesta să fie rațional.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(0,1)$ și M, mijlocul segmentului AB. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul M și este perpendiculară pe dreapta AB.

5p **6.** Calculați perimetrul triunghiului ABC, știind că $B=\frac{\pi}{3}$, $BA=2$ și $BC=5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1-x & 2x\\ 2x & -4x+1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$, $X=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-4$.

5p **b)** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y-5xy), \forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați perechea de numere naturale nenule (m,n) pentru care $A(m)\cdot A(n)=A(-3mn)$.

2. Pe mulțimea $G=(1,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=1+\frac{(x-1)(y-1)}{16}$.

5p **a)** Arătați $1\circ 2025=1$.

5p **b)** Arătați că $e=17$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Demonstrați că funcția bijectivă $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(t)=\log_2(t-1)-4$ verifică relația $f(x\circ y)=f(x)+f(y)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2x^2+3}{x}+\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)(2x+3)}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați $a\in(0,+\infty)$ astfel încât tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ să fie paralelă cu dreapta $y=2x+1$.

5p **c)** Arătați că $f(x)+f(y)\geq 10,\ \forall x,y\in[1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+x+1)\cdot e^x$

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\cdot e^{-x}dx=\frac{11}{6}$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x)\,dx=a\cdot e-2$.

5p **c)** Se consideră funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, o primitivă a funcției f. Arătați că graficul funcției F are două puncte de inflexiune.

Succes!