

**Simularea Examenului național de bacalaureat 2026**  
**Proba E. c)**  
**Matematică M<sub>mate-info</sub>**

**Barem de evaluare și de notare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**
**(30 de puncte)**

1.	$z = \frac{(-13+11i)(2-5i)}{2^2+5^2} =$ $= \frac{29+87i}{29} = 1+3i, \text{ deci } \operatorname{Re}(z) = 1$	<div style="border: 2px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; display: inline-block;"> <i>Scoala in Papuci</i> </div>	2p
			3p
2.	$x_V = \frac{m}{2}, y_V = -\frac{m^2-8}{4}$ $y_V = -x_V + 2 \Leftrightarrow -\frac{m^2-8}{4} = -\frac{m}{2} + 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0, \text{ și cum } m \neq 0, \text{ rezultă } m = 2$		2p
			3p
3.	<p>Cum <math>\log_{x+1} 3 = \frac{1}{\log_3(x+1)}</math>, pentru orice <math>x &gt; 0, x \neq 1</math> (condițiile de existență), ecuația se rescrie</p> $\frac{2}{t} = 1+t, \text{ unde } t = \log_3(x+1)$ <p>Obținem <math>t_1 = 1, t_2 = -2</math>, de unde <math>x_1 = 2, x_2 = -\frac{8}{9}</math>, care convin</p>		2p
			3p
4.	<p>Numărul de submulțimi ale lui <math>A</math> care au cel mult două elemente este egal cu <math>C_n^0 + C_n^1 + C_n^2</math></p> <p>Condiția din enunț se rescrie <math>1+n+\frac{n(n-1)}{2} = 16 \Leftrightarrow n^2+n-30=0 \Leftrightarrow n \in \{-6,5\}</math>, iar cum <math>n \geq 2</math> (condiția de existență), rezultă <math>n = 5</math></p>		2p
			3p
5.	<p>Dacă <math>h</math> este dreapta căutată, din <math>d \perp h</math> rezultă <math>m_d \cdot m_h = -1</math>, iar cum <math>m_d = \frac{1}{2}</math> rezultă că <math>m_h = -2</math></p> <p>Ecuția dreptei <math>h</math> este <math>y - y_A = m_h \cdot (x - x_A)</math>, de unde obținem <math>h: 2x + y - 4 = 0</math></p>		2p
			3p
6.	<p><math>\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{9}{25}</math>, iar cum <math>\sin x &lt; 0</math>, întrucât <math>x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)</math>, rezultă <math>\sin x = -\frac{3}{5}</math>, de unde <math>\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}</math></p> $\operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{2 \operatorname{tg} x} = \frac{7}{24}$		3p
			2p

**SUBIECTUL al II-lea**
**(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & m \\ 1 & -m & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot m \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) \cdot (-m) - 0 \cdot m \cdot (-m) - 0 \cdot 1 \cdot (-1) - 0 \cdot (-1) \cdot (-m) =$ $= 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$	3p
		2p
b)	$A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 + 6I_3 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A(A^2 + 6I_3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O_3$	3p
		2p

c)	$B = xI_3 + A = \begin{pmatrix} 1 & x & -x \\ -x & 1 & mx \\ x & -mx & 1 \end{pmatrix}$ $\det(B) = m^2x^2 + 2x^2 + 1 \geq 1, \text{ deci } \det(B) \neq 0 \text{ pentru orice } m, x \in \mathbb{R}, \text{ de unde rezultă că } B \text{ este inversabilă}$	3p 2p
2.a)	$x \circ y = \frac{xy}{10} - x - y + 20 = \frac{1}{10}(xy - 10x - 10y + 100) + 10 =$ $= \frac{1}{10}(x(y-10) - 10(y-10)) + 10 = \frac{1}{10}(x-10)(y-10) + 10, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$x \circ x = \frac{101}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{10}(x-10)^2 + 10 = \frac{101}{10}$ $\Leftrightarrow (x-10)^2 = 1, \text{ de unde } x_1 = 9, x_2 = 11$	3p 2p
c)	$E(n) = a \circ \sqrt{100} \circ b = a \circ 10 \circ b, \text{ unde } a = \sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{9}, b = \sqrt{11} \circ \sqrt{12} \circ \dots \circ \sqrt{n}$ $x \circ 10 = 10, 10 \circ x = 10, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci } E(n) = (a \circ 10) \circ b = 10 \circ b = 10 = \text{constantă}, \text{ pentru orice } n \geq 2026$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 2 + \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} =$ $= 2 + \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$	<div style="border: 2px solid orange; border-radius: 15px; padding: 5px; display: inline-block; margin-bottom: 5px;"><i>Scoala in Papuci</i></div> 2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2(x+1) - \ln(x^2 + 3x + 3) - 2x + \ln(x^2 + x + 1)) =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2 + \ln \left( \frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + x + 1} \right) \right) = 2 + \ln 1 = 2$	3p 2p
c)	$f'(x) > 0, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci } f \text{ este strict crescătoare, așadar este și injectivă}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, f \text{ este continuă, deci transformă un interval într-un interval, de unde rezultă că } \text{Im } f = \mathbb{R}, \text{ așadar } f \text{ este și surjectivă, deci } f, \text{ fiind injectivă și surjectivă, este bijectivă}$	3p 2p
2.a)	$\int_1^e f(x) dx = \int_1^e \left( 2e^x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx =$ $= \left( 2e^x - 2x + \ln x \right) \Big _1^e = 2e^e - 4e + 3$	2p 3p
b)	$F(x) = 2e^x - 2x + \ln x + k, k \in \mathbb{R}$ $F(1) = 2e \Leftrightarrow 2e - 2 + k = 2e \Leftrightarrow k = 2, \text{ deci } F(x) = 2e^x - 2x + 2 + \ln x$	3p 2p
c)	Dacă $G$ este o primitivă a funcției $g(x) = f(x) - \frac{1}{x} = 2e^x - 2$ , atunci $G'(x) = g(x)$ și $G''(x) = 2e^x$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$ $G''(x) \geq 0$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$ , deci funcția $G$ este convexă	3p 2p