Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE SI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$3i(4-i)+4(1-3i)=12i-3i^2+4-12i=$	**2p**
	$=-3(-1)+4=7$	**3p**
2.	$f_{\min}=-\dfrac{\Delta}{4a}\Rightarrow -\dfrac{4+4m^2}{4}=-5$	**3p**
	$-1-m^2=-5\Rightarrow m^2=4\Rightarrow m=\pm 2$	**2p**
3.	$2^{x^2-1}=t, t>0\Rightarrow t+\dfrac{1}{t}=2\Rightarrow t^2-2t+1=0\Rightarrow (t-1)^2=0\Rightarrow t=1$	**3p**
	$2^{x^2-1}=1\Rightarrow x^2-1=0\Rightarrow x\in\{\pm 1\}$	**2p**
4.	Avem în total $5!$ numere de 5 cifre, din care scădem $4!$ numere care au prima cifra 0	**3p**
	$\Rightarrow 5!\text{-}4!\text{=}4!\cdot 4\text{=}24\cdot 4\text{=}96$ numere	**2p**
5.	Impunem condițiile ca: $x_A+x_C=x_B+x_D$ și $y_A+y_C=y_B+y_D$	**3p**
	$\Rightarrow x_D=0$, $y_D=1$ $\Rightarrow D(0,1)$	**2p**
6.	$\sin^2 A+\cos^2 A=1\Rightarrow \sin^2 A=1-\cos^2 A=1-\dfrac{144}{169}=\dfrac{25}{169}\Rightarrow \sin A=\dfrac{5}{13}$	**3p**
	Din teorema sinusurilor $\dfrac{a}{\sin A}=2R\Rightarrow R=\dfrac{a}{2\sin A}\Rightarrow R=\dfrac{13}{2}$	**2p**

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1.a)	$M\cdot N=\begin{pmatrix}9&0\\0&16\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\0&80\end{pmatrix}$	**2p**
	$N\cdot M=\begin{pmatrix}1&0\\0&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}9&0\\0&16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\0&80\end{pmatrix}$, deci $M\cdot N=N\cdot M$	**3p**
b)	$\det N=5$, $\det M=144$	**2p**
	$M-N=\begin{pmatrix}8&0\\0&11\end{pmatrix}$, $\det(M-N)=88$, iar $\det N-\det M=-139$, de unde obținem $\det N-\det M<\det(M-N)$	**3p**
c)	$P^2=\begin{pmatrix}x^2&0\\0&y^2\end{pmatrix}$	**2p**

	$\begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 16 \end{cases}$, de unde obținem $x \in \{-3, 3\}$ și $y \in \{-4, 4\}$. Deci sunt 4 matrice P care verifică cerințele	3p
2.a)	$x * x = 2 \Rightarrow -x^2 + 2x + 2x - 2 = 2$ $x^2 - 4x + 4 = 0$, de unde obținem $x = 2$, care convine.	2p 3p
b)	Din $x * m = m \Rightarrow -xm + 2x + 2m - 2 = m \Rightarrow (2-m)(x-1) = 0$. Cum x este număr real arbitrar, rezultă că $2 - m = 0$, adică $m = 2$ Se verifică $2 * x = 2$, deci $m = 2$	3p 2p
c)	Un element al compunerii este $\dfrac{2026}{1013} = 2$ Compunerea devine $x * 2 * y$, iar din $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real x, se obține $(x * 2) * y = 2 * y = 2$, știind că legea „$*$” este asociativă.	2p 3p

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x} - 2 =$ $= \dfrac{2x + 1 - 2x^2 - 2x}{x^2 + x} = \dfrac{1 - 2x^2}{x^2 + x}, x > 0$.	3p 2p
b)	$m_d = 2 \Rightarrow f'(x_0) = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -3x_0^2 + x_0 + 2 = 0$ Cum $x > 0 \Rightarrow$ coordonatele punctului sunt $x_0 = 1$ și $y_0 = \ln 2 - 2$.	3p 2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x^2 = 0$ și cum $x > 0 \Rightarrow x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; f este strict crescătoare pe $\left(0, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$ și strict descrescătoare pe $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ și $f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\left(\dfrac{\ln(x^2+x)}{x} - 2\right)$ și $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x^2+x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\frac{2x+1}{x^2+x}}{1} = 0$, deci $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ și cum $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ și f este continuă pe $(0, +\infty) \Rightarrow \operatorname{Im} f = \left(-\infty, \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{2}\right]$.	2p 3p
2.a)	$\int e^{x^2} f(x)dx = \int e^{x^2} \cdot \left(xe^{-x^2}\right)dx = \int x dx =$ $= \dfrac{x^2}{2} + C$.	3p 2p
b)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$; F este concavă pe $[1, +\infty) \Leftrightarrow F''(x) < 0$ pe $[1, +\infty)$. $F''(x) = f'(x) = e^{-x^2}(1 - 2x^2) < 0$ pe $[1, +\infty) \Rightarrow F$ este concavă pe $[1, +\infty)$.	2p 3p

c)	$\int g(x)dx = \int xe^{x}dx - \int xe^{-x^2}dx = \int x(e^{x})'dx + \frac{1}{2}\int (e^{-x^2})'dx = e^{x}(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + C \Rightarrow$ $F(x) = e^{x}(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + k,\ k \in \mathbb{R}$.	**3p**
	$F(\ln 1) = \ln\sqrt{e} \Leftrightarrow F(0) = \frac{1}{2}; F(0) = -\frac{1}{2} + k \Rightarrow k = 1 \Rightarrow F(x) = e^{x}(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x^2} + 1$.	**2p**