

SIMULARE JUDEȚEANĂ - IANUARIE 2026
EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT 2026

PROBA E.c)

MATEMATICĂ M_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

Scoala in Papuci

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$r = \frac{a_9 - a_3}{6} = 3, a_1 = a_3 - 2r = 1, a_{10} = a_9 + r = 28$ $S_{10} = \frac{10(a_1 + a_{10})}{2} = 5(1 + 28) = 145$	3p 2p
2.	$2x^2 - 19x + 35 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{5}{2}, 7\right)$ Cel mai mare număr natural din interval este 6.	3p 2p
3.	$2^x \cdot 2^{2x-4} = 32 \Rightarrow 2^{3x-4} = 2^5$, de unde obținem: $3x - 4 = 5 \Leftrightarrow x = 3$	3p 2p
4.	Numărul de submulțimi ordonate cu 2 elemente se obține calculând $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!}$ $= 4 \cdot 5 = 20$	3p 2p
5.	$m_{AB} = 1$ și, cum $d \perp AB$, obținem $m_d = -1$. Ecuația dreptei d este $y - 5 = -1(x - 2)$, adică $y = -x + 7$.	3p 2p
6.	Din teorema cosinusului în ΔABC obținem: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 28$ $BC = \sqrt{28}, \sqrt{28} > \sqrt{25} = 5$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(x)) = (x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 8(x + 1)$ $8(x + 1) = 16, x = 1.$	3p 2p
1.b)	$tr(A(x)) = 2(x + 3), \det(A(x)) = 8(x + 1)$ Folosind rel. lui Cayley-Hamilton, $A^2(x) - tr(A(x))A(x) + \det(A(x))I_2 = O_2$ $A^2(x) + 8(x + 1)I_2 = 2(x + 3)A(x)$	2p 3p
1.c)	Din b) $\Rightarrow A^2(-1) = 4A(-1)$, prin inducție $A^n(-1) = 4^{n-1}A(-1), n \geq 1.$ $A(-1) + A^2(-1) + \dots + A^n(-1) = \frac{4^n - 1}{3} A(-1) = 341A(-1) \Leftrightarrow n = 5.$	2p 3p
2.a)	Se arată că $\sqrt{2} * x = \sqrt{2}$ pentru orice x real. Deoarece legea este asociativă, atunci	3p

	$\sqrt{2} * \sqrt{3} * 2 * \sqrt{5} = \sqrt{2} * (\sqrt{3} * 2 * \sqrt{5}) = (\sqrt{2} - \sqrt{2})(\sqrt{3} * 2 * \sqrt{5} - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$ $= \sqrt{2}$	2p
2.b)	$x^2 - 2 - \sqrt{2}(x - \sqrt{2} + x + \sqrt{2} - 1) + 2 = x \Leftrightarrow x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$ Obținem $x = \sqrt{2} - 1$ sau $x = \sqrt{2} + 2$	3p 2p
2.c)	$e = \sqrt{2} + 1$ este el. neutru al legii „ $*$ ”, deci a este simetrizabil în raport cu „ $*$ ” dacă și numai dacă există a' , astfel încât $a * a' = a' * a = \sqrt{2} + 1$. $aa' - \sqrt{2}(a + a' - 1) + 2 = \sqrt{2} + 1 \Leftrightarrow aa' + 1 - \sqrt{2}(a + a') = 0$ deci, dacă a și a' sunt numere raționale, obținem $a + a' = 0$ și $a \cdot a' = -1$, deci $a = -1$ sau $a = 1$, care convin.	2p 3p

Scoala in Papuci

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{6x(x^2 + x - 2) - 3x^2(2x + 1)}{(x^2 + x - 2)^2} = \frac{3x^2 - 12x}{(x^2 + x - 2)^2} = \frac{3x(x - 4)}{(x^2 + x - 2)^2}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4) = 0.$	3p 2p
1.b)	$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2} = \frac{3}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = 3.$ Dreapta de ecuație $y = 3$ este asimptotă orizontală la $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p
1.c)	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (1, 4] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(1, 4]$ $1 < x \leq 2 \Rightarrow 1 < x^2 \leq 4$, deci $f(x) \geq f(2)$ și $f(x^2) \geq f(4)$ și deoarece $f(2) = 3$ și $f(4) = \frac{8}{3}$, obținem $f(x) + f(x^2) \geq \frac{17}{3}$, pentru orice $x \in (1, 2]$	2p 3p
2.a)	$\int \frac{1}{f^2(x)} dx = \int \frac{1}{x^2 + 9} dx =$ $= \frac{1}{3} \arctg\left(\frac{x}{3}\right) + C$	2p 3p
2.b)	$\int xf(x) dx = \int x\sqrt{x^2 + 9} dx = \frac{1}{2} \int 2x\sqrt{x^2 + 9} dx =$ $\frac{1}{2} \int (x^2 + 9)'(x^2 + 9)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{(x^2 + 9)\sqrt{x^2 + 9}}{3} + C$	2p 3p
2.c)	$\int \sqrt{x^2 + 9} dx = \int \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x^2 + 9}} dx = \int x \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} dx + 9 \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}} dx$ $= \frac{x\sqrt{x^2 + 9} + 9 \ln(x + \sqrt{x^2 + 9})}{2} + C$ $A(0, 9 \ln \sqrt{3}) \in G_{F(x)} \Leftrightarrow F(0) = 9 \ln(\sqrt{3}) \Leftrightarrow C = 0$ obținem astfel, $F(x) = \frac{x\sqrt{x^2 + 9} + 9 \ln(x + \sqrt{x^2 + 9})}{2}$	3p 2p