Examenul naţional de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_st-nat*

Model ianuarie 2026

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\left(1+i\sqrt{2025}\right)^2=-2024+2\sqrt{2025}i$, $\left(1-i\sqrt{2025}\right)^2=-2024-2\sqrt{2025}i$	**3p**
	$\left\|\left(1+i\sqrt{2025}\right)^2+\left(1-i\sqrt{2025}\right)^2\right\|=4048=2^4\cdot 11\cdot 23$, 23 număr prim divide 4048	**2p**
2.	$\frac{-\Delta}{4a}>0\Leftrightarrow\Delta<0\Leftrightarrow 9m^2-4m-20<0$	**3p**
	$m\in\left(\frac{-14}{9},2\right)$	**2p**
3.	$\sqrt{x^2+9}=2x-3\Leftrightarrow 3x^2-12x=0$	**3p**
	$x=0$, care nu convine şi $x=4$ care convine	**2p**
4.	Cazuri favorabile: $15,30,45,60,75,90$, deci numărul de cazuri favorabile este 6	**2p**
	De la 10 la 99 sunt 90 de numere, deci 90 de cazuri posibile	**3p**
	Probabilitatea $P=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$	
5.	$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{4}{3}$ panta dreptei AB; $m_{AC}=m-5$. Din	**2p**
	$m_{AB}\cdot m_{AC}=-1\Rightarrow m=\frac{17}{4}$	
	$m_{BC}=\frac{m-1}{4}$ Din $m_{AB}\cdot m_{BC}=-1\Rightarrow m=-2$	**3p**
	Din $m_{AC}\cdot m_{BC}=-1\Rightarrow m=3$	
6.	$\cos x=\sin\left(90^\circ-x\right)$; $\cos^2 70^\circ=\sin^2 20^\circ$; $\cos^2 60^\circ=\sin^2 30^\circ$;	**3p**
	$\sin^2 x+\cos^2 x=1$, pentru orice $x\in R$	
	$\left(\cos^2 20^\circ+\sin^2 20^\circ\right)+\left(\cos^2 30^\circ+\sin^2 30^\circ\right)=1+1=2$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

1.a)	$\det(A(0))=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0$	**2p**
	$\det\left(A(-\sqrt{2})\cdot A(0)\right)=\det\left(A(-\sqrt{2})\right)\cdot\det(A(0))=0\in\mathbb{N}$	**3p**
b)	$\det(A(x))=-2x^2+2x$;	**2p**
	$A(x)$ nu este inversabilă dacă $\det(A(x))=0\Rightarrow -2x^2+2x=0\Rightarrow x_1=0; x_2=1$	**3p**
c)	$A^2(x)=\begin{pmatrix}8x^2+3x+1 & 12x^2+x-1\\ 3x^2+x & 5x^2-x\end{pmatrix}; (3x+1)A(x)=\begin{pmatrix}6x^2+5x+1 & 12x^2+x-1\\ 3x^2+x & 3x^2+x\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}8x^2+3x+1 & 12x^2+x-1\\ 3x^2+x & 5x^2-x\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6x^2+5x+1 & 12x^2+x-1\\ 3x^2+x & 3x^2+x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x^2-2x & 0\\ 0 & 2x^2-2x\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2x^2-2x & 0\\ 0 & 2x^2-2x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=0$ şi $x=1$	**3p**
2.a)	$0\circ x=\log_2\left(2^0+2^x-1\right)=$	**2p**
	$=\log_2\left(1+2^x-1\right)=\log_2 2^x=x$, pentru orice $x\in[0,\infty)$	**3p**
b)	$(x\circ y)\circ z=\log_2\left(2^{\log_2\left(2^x+2^y-1\right)}+2^z-1\right)=\log_2\left(2^x+2^y+2^z-2\right)$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=\log_2\left(2^x+2^{\log_2\left(2^y+2^z-1\right)}-1\right)=\log_2\left(2^x+2^y+2^z-2\right)$, deci $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)$, pentru $x,y,z\in[0,\infty)$	**3p**
c)	Folosind asociativitatea $x\circ x\circ x=\log_2\left(3\cdot 2^x-2\right)$;	**3p**
	$\log_2\left(3\cdot 2^x-2\right)=2x\Leftrightarrow 3\cdot 2^x-2=2^{2x}\Leftrightarrow 2^{2x}-3\cdot 2^x+2=0$ $x=0\in N$ şi $x=1\in N$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\dfrac{2x+4}{\sqrt{x^2+4}}\right)'=\dfrac{2\sqrt{x^2+4}-(2x+4)\cdot\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{x^2+4}=$	**2p**
	$=\dfrac{2(x^2+4)-(2x+4)\cdot x}{(x^2+4)\cdot\sqrt{x^2+4}}=\dfrac{8-4x}{(x^2+4)\cdot\sqrt{x^2+4}}=\dfrac{4\cdot(2-x)}{(x^2+4)\cdot\sqrt{x^2+4}}$	**3p**
b)	$f'(0)=\dfrac{8}{8}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=1$ Scoala in Papuci	**3p**
c)	Din $f'(x)=0\Leftrightarrow 2-x=0\Leftrightarrow x=2$; Pentru $x\le 2, f'(x)\ge 0\Rightarrow f$ este crescătoare; Pentru $x\ge 2, f'(x)\le 0\Rightarrow f$ este descrescătoare;	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	$f(2)=2\sqrt{2}$ este maximul funcției; $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-2$; $\lim_{x\to\infty} f(x)=2$; f continuă pe $R \Rightarrow \operatorname{Im}(f)=\left(-2,2\sqrt{2}\right]$, deci ecuația $f(x)=y$ admite soluție pentru orice $y\in\left(-2,2\sqrt{2}\right]$	2p
2.a)	$F'(x)=-e^{-x}\cdot\left(mx^2+nx+p\right)+e^{-x}\cdot(2mx+n)=e^{-x}\cdot\left[-mx^2+(2m-n)x+(n-p)\right]$ F este primitiva funcției $f \Leftrightarrow F'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in R \Rightarrow$ $-m=-1 \Leftrightarrow m=1$; $2m-n=5 \Rightarrow n=-3$; $n-p=-4 \Rightarrow p=1$	2p 3p
b)	Fie F o primitivă oarecare a lui f. F derivabilă pe R și $F'(x)=f(x), \forall x\in R$; $F'(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow e^{-x}\left(-x^2+5x-4\right)=0 \Rightarrow -x^2+5x-4=0 \Leftrightarrow x=1$ și $x=4$ pentru $x\in[1,4], f(x)\geq 0 \Rightarrow F'(x)\geq 0$. Deci F crescătoare pe intervalul $[1,4]$	3p 2p
c)	$\frac{f(x)\cdot e^x}{4-x}=\frac{-x^2+5x-4}{4-x}=x-1$; $\int_1^a (x-1)dx=\frac{a^2}{2}-a+\frac{1}{2}$; $\int_a^3 (x-1)dx=-\frac{a^2}{2}+a+\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{2}-a+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\left(-\frac{a^2}{2}+a+\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow 4a^2-8a=0$ $a=0\notin[1,3]$ și $a=2\in[1,3]$	2p 3p

Scoala in Papuci

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro