Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Simulare 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se determine primul termen b_1 al unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, dacă $b_2 = 12$ și $b_5 = 96$.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 4x + m = 0$. Să se determine numărul real *m*, pentru care $x_1^{\,2} + x_2^{\,2} = 10$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2+2\right) - \log_3 x = 1$.

5p **4.** Să se determine numărul natural nenul *n*, știind că mulțimea $A = \{1,2,3....n\}$ are exact 10 submulțimi cu 2 elemente.

5p **5.** Să se determine ecuaţia dreptei ce conţine punctul $A(1,1)$ și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$.

5p **6.** Să se determine raza cercului circumscris triunghiului ABC dacă $AB = 12, AC = 16$ și $BC = 20$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 1 & x^2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x) + A(0) = 2A(x-1)$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(A(x)\right) = 0$.

5p **c)** Dacă $B = A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)$, demonstrați că $\det(B) = 0$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = 2xy + 3x - y$.

5p **a)** Arătați că legea „*” nu este asociativă.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $(x+1) * x \leq x * (x+1) + x$.

5p **c)** Rezolvați în $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x * (-y) = -2xy \\ 1 * x = 2 \end{cases}$

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'\left(\dfrac{1}{e}\right) = 3e^3$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați inegalitatea $x^{2e} \leq e^{x^2}$, $x > 0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\sqrt{1+x^2}\,dx = \dfrac{3}{4}$.

5p **b)** Calculați $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} f(x)dx$.

5p **c)** Dacă $I = \int_1^e \dfrac{f^2(x)}{x^3}\cdot \ln x dx$, arătați că $I \in (1,2)$.