Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că numărul $\log_3 6 - 3\log_3 2 + \log_3 36$ este natural.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 3$. Arătați că $(f\circ f)(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 160$.

5p **4.** Determinați numărul de submulțimi ale mulțimii $A = \{0,1,2,3,4,5\}$ care conțin cel mult unul dintre elementele 0 sau 1.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,1), B(2,3) și C(4,a), unde a este un număr real. Determinați numărul real a, știind că punctul C este situat pe mediatoarea segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul MNP în care $\cos(M) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ și $MN = MP = 7\sqrt{2}$. Calculați aria triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5^x \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(-2)) = \frac{1}{25}$.

5p **b)** Determinați numărul real x din egalitatea $A(x)\cdot A(2x) = A(4 - x^2)$.

5p **c)** Știind că $A(n) = A(1)\cdot A(2)\cdot \ldots \cdot A(2025)$, demonstrați că n este număr natural impar.

2. Pe mulțimea $G = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{1}{2}\sqrt{x^2y^2 - x^2 - y^2 + 5}$.

5p **a)** Arătați că $3 * 5 = 7$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție ” $*$ ”.

5p **c)** Fie funcția $f: (0, +\infty) \to (1, +\infty)$, $f(x) = \sqrt{4x+1}$.
Demonstrați că $f(x\cdot y) = f(x) * f(y)$, oricare ar fi $x, y \in (0, +\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Considerăm șirurile $(x_n)_{n\geq 1}$ și $(y_n)_{n\geq 1}$ definite astfel: $x_n = f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) \ldots + f(\sqrt{n})$, iar $y_n = f\left(\frac{1}{\sqrt{1}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \cdots + f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$, pentru orice număr natural nenul n.
Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{x_n + y_n}{n} + \sin\frac{1}{n}\right)^n$.

2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot ln(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{ln(x+1)} dx = 4$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{t \to 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x)\, dx$.