**Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_șt-nat***
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin înpărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**



**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $q=\frac{b_3}{b_2}=\frac{1}{3}$ | **2p** |
| | $b_n=b_1\cdot q^{n-1}\Rightarrow b_1=54, b_4=2, b_8=\frac{2}{81}$ | **3p** |
| **2.** | Ecuația are două soluţii reale distincte dacă şi numai dacă $\Delta>0$<br>$\Delta=(2a+1)^2>0\Rightarrow a\neq-\frac{1}{2}$ | **3p** |
| | Cum $a\neq0\Rightarrow a\in\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2},0\right\}$ | **2p** |
| **3.** | Se impun condiţiile $x>0$, $2x-1>0\Rightarrow x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ | **2p** |
| | Ecuaţia devine $\log_3 x=\log_3(2x-1)\Rightarrow x=1\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ | **3p** |
| **4.** | Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile.<br>Cifra sutelor poate fi aleasă în 4 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifrele zecilor şi unităţilor se pot alege în câte 5 moduri, deci există $4\cdot5\cdot5=100$ de cazuri favorabile. | **3p** |
| | $\mathrm{P}=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{100}{900}=\frac{1}{9}$ | **2p** |
| **5.** | $m_{AB}=1$, $m_{OC}=\frac{a}{3}$ | **2p** |
| | $AB\perp OC\Rightarrow m_{AB}\cdot m_{OC}=-1\Rightarrow a=-3$ | **3p** |
| **6.** | Din teorema cosinusului se obţine $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}$ | **3p** |
| | Finalizare $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $A\in\left(0^0,180^0\right)\Rightarrow A=45^0$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det A(x)=\begin{vmatrix}4^x & 0\\ 0 & 9^x\end{vmatrix}=4^x\cdot9^x-0\cdot0=4^x\cdot9^x$ | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| | Finalizare $4^x \cdot 9^x = 36^x = 6^{2x}$ | **2p** |
| **b)** | $A(x)\cdot B = \begin{pmatrix} -4^x & 4^x \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$, $B\cdot A(x) = \begin{pmatrix} -4^x & 9^x \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$<br>$A(x)\cdot B = B\cdot A(x) \Rightarrow 4^x = 9^x \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^x = 1 \Rightarrow x = 0$ | **3p**<br>**2p** |
| **c)** | Dacă $X \in M_2(\mathbb{R})$ verifică ecuația<br>$X\cdot X = A(1) \Rightarrow X^2 = A(1) \Rightarrow X\cdot A(1) = X^3 = A(1)\cdot X \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$<br>$X^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow a \in \{-2,2\}, b \in \{-3,3\}$<br>Soluțiile ecuației vor fi<br>$X_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, X_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, X_4 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ | **3p**<br>**2p** |
| **2.a)** | $3 * 4 = -3\cdot 4 + 2\cdot 3 + 2\cdot 4 - 2$<br>$3 * 4 = -12 + 6 + 8 - 2 = 0$ | **3p**<br>**2p** |
| **b)** | $x * a = -ax + 2x + 2a - 2$<br>$-ax + 2x + 2a - 2 = a \Leftrightarrow (2-a)(x-1) = 0,\ \forall\, x \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 2$<br>Legea este comutativă $\Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$ | **3p**<br>**2p** |
| **c)** | Conform punctului b) $\Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $\frac{4052}{2026} = 2$<br>$\left(\frac{1}{2026} * \frac{2}{2026} * \ldots * \frac{4051}{2026}\right) * 2 * \left(\frac{4053}{2026} * \frac{4054}{2026} * \ldots * \frac{6202}{2026}\right) = 2$ | **2p**<br>**3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x) = \frac{(x^2+x+3)'(x-2) - (x^2+x+3)(x-2)'}{(x-2)^2}$<br>$= \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x+3)}{(x-2)^2}$<br>Finalizare calcule $f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$ | **3p**<br>**2p** |
| **b)** | Ecuația asimptotei oblice este $y = mx + n$, $m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$, $n = \lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x) - mx\right]$<br>Se obțin $m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2+x+3}{x(x-2)} = 1$, $n = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x+3}{x-2} = 3$<br>Ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f este $y = x + 3$. | **2p**<br>**3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **c)** | Din studiul monotoniei funcţiei $f$ se obţine că funcţia $f$ este descrescătoare pe intervalul $[3,5]$.<br>$3 \leq x \leq 5 \overset{f\ descrescatoere}{\Rightarrow} f(3) \geq f(x) \geq f(5)$<br>$f(3) = 15,\ f(5) = 11 \Rightarrow 11 \leq f(x) \leq 15\ ,\ \forall\ x \in [3,5]$ | **2p**<br><br>**3p** |
| **2.a)** | Funcția $f$ este primitiva funcţiei $g \Leftrightarrow$ f este funcție derivabilă și $f'(x) = g(x)$ , $\forall\ x > 0$<br>Se observă că f este derivabilă și $f'(x) = 2\left(\sqrt{x}\right)' - \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2} = g(x)$ | **2p**<br><br>**3p** |
| **b)** | Dacă $f'(x) > 0\ ,\ \forall\ x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ strict crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$<br>$f'(x) = g(x) = \dfrac{x\sqrt{x}+1}{x^2} > 0\ ,\ \forall\ x \in (0, +\infty)$ | **2p**<br><br>**3p** |
| **c)** | $\int f^2(x) \cdot g(x)dx = \int f^2(x) \cdot f'(x)dx =$<br>$= \frac{1}{3} f^3(x) + C = \frac{1}{3}(2\sqrt{x} - \frac{1}{x})^3 + C$ | **2p**<br><br>**3p** |