

Simularea județeană a examenului național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

Scoala in Papuci

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se dă progresia geometrică  $b_1, 18, 6, b_4, \dots$ . Determinați termenii  $b_1, b_4, b_8$ .
- 5p** 2. Determinați valorile reale  $a \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația  $ax^2 - x - a - 1 = 0$  are două soluții reale distincte.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3 x = 2 \log_3 2 - \log_3 4 + \log_3 (2x - 1)$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 4), B(-1, 1)$  și  $C(3, a)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ . Determinați numărul  $a \in \mathbb{R}$  pentru care dreptele  $OC$  și  $AB$  sunt perpendiculare.
- 5p** 6. În triunghiul  $ABC$  se cunosc  $AB = BC = 3$  și  $AC = 3\sqrt{2}$ . Determinați măsura unghiului  $A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A(x) = \begin{pmatrix} 4^x & 0 \\ 0 & 9^x \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  și  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det A(x) = 6^{2x}$  pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A(x) \cdot B = B \cdot A(x)$ .
- 5p** c) Rezolvați ecuația  $X \cdot X = A(1)$ , unde  $X \in M_2(\mathbb{R})$ .
2. Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Arătați că  $3 * 4 = 0$ .
- 5p** b) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x * a = a * x = a$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** c) Știind că legea  $*$  este asociativă, calculați  $\frac{1}{2026} * \frac{2}{2026} * \dots * \frac{6202}{2026}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x - 2}$ .
- 5p** a) Demonstrați că  $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că  $11 \leq f(x) \leq 15$ , pentru orice  $x \in [3, 5]$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$  și  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{1 + x\sqrt{x}}{x^2}$ .
- 5p** a) Demonstrați că funcția  $f$  este o primitivă a funcției  $g$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(0, +\infty)$ .
- 5p** c) Calculați  $\int f^2(x) \cdot g(x) dx$ .