Examenul național de bacalaureat 2025
Simulare județeană
Proba E.c) Matematică *M_mate_info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Scoala in Papuci

Varianta 1

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$z=a+bi \Longrightarrow (2-i)(a+bi)=4i+a-bi \Longrightarrow 2a+b+i(2b-a)=a+i(4-b)$	**2p**
	$2a+b=a, 2b-a=4-b \Longrightarrow a=-1, b=1 \Longrightarrow z=-1+i$	**3p**
2.	$f(m)=2m^2+m-2, f\big(f(-1)\big)=-1 \Longrightarrow 2m^2+m-2=-1$	**2p**
	Obținem $2m^2+m-1=0 \Longrightarrow m\in\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$.	**3p**
3.	$x\in(0,\infty)\backslash\{1\}$. $\log_2(4x)=\log_x 8 \Leftrightarrow 2+\log_2 x=\frac{3}{\log_2 x} \Leftrightarrow (\log_2 x)^2+2\log_2 x-3=0$	**3p**
	$(\log_2 x-1)(\log_2 x+3)=0 \Longrightarrow \log_2 x=1, \log_2 x=-3 \Longrightarrow x=2, x=\frac{1}{8}$, care verifică ecuația dată.	**2p**
4.	Avem $C_6^3=20$ cazuri posibile și $C_3^3=1$ cazuri favorabile $\Longrightarrow$	**3p**
	$P=\frac{1}{20}$.	**2p**
5.	$\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=2\overrightarrow{NM}$	**3p**
	$\overrightarrow{NA}=-\overrightarrow{NM} \Longrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{NM}$	**2p**
6.	$\sqrt{3}\sin 2x=2\cos^2 x \Rightarrow 2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\cos^2 x=0 \Rightarrow 2\cos x\,(\sqrt{3}\sin x-\cos x)=0$	**2p**
	$\cos x=0 \Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}\in(0,\pi)$ $\sqrt{3}\sin x-\cos x=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{6}\in(0,\pi)$.	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\det\big(A(a)\big)=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&2&a\\2&a&4\end{vmatrix}=8+a+2a-4-a^2-4=$	**3p**
	$=3a-a^2=a(3-a)$.	**2p**
b)	$A(0)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&0\\2&0&4\end{pmatrix} \Rightarrow rang\,\big(A(0)\big)=2$	**2p**
	$\overline{A(0)}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&2&0&2\\2&0&4&3\end{pmatrix} \Rightarrow rang\,\big(\overline{A(0)}\big)=3$	**2p**
	$rang\,\big(A(0)\big)\neq rang\,\big(\overline{A(0)}\big) \Rightarrow$ sistem incompatibil.	**1p**
c)	Pentru $a=3$, soluțiile sistemului sunt de forma $\left(\frac{1-\alpha}{2},\alpha,\frac{1-\alpha}{2}\right)$ unde $\alpha\in\mathbb{R}$.	**3p**
	$x_0^2=y_0z_0 \Rightarrow \left(\dfrac{1-\alpha}{2}\right)^2=\alpha\cdot\dfrac{1-\alpha}{2} \Rightarrow \alpha=1, \alpha=\dfrac{1}{3}$	**1p**

	$\alpha=1 \Rightarrow S_1=(0,1,0)$ și $\alpha=\frac{1}{3} \Rightarrow S_2=(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$.	1p
2.a)	$x*e=e*x=\dfrac{x+e}{1+xe}$ $x*e=x \Longrightarrow \dfrac{x+e}{1+xe}=x$ $x+e=x+x^2e \Longrightarrow e=0$.	1p 1p 3p
b)	$f(x*y)=f\left(\dfrac{x+y}{1+xy}\right)=\dfrac{1-\frac{x+y}{1+xy}}{1+\frac{x+y}{1+xy}}=\dfrac{xy-x-y+1}{xy+x+y+1}$ $f(x)f(y)=\dfrac{1-x}{1+x}\cdot\dfrac{1-y}{1+y}=\dfrac{xy-x-y+1}{xy+x+y+1} \Longrightarrow f(x*y)=f(x)f(y)$	3p 2p
c)	$\underbrace{x*x*\dots*x}_{de\ 2025\ ori}=x \Longrightarrow f\left(\underbrace{x*x*\dots*x}_{de\ 2025\ ori}\right)=f(x) \Longrightarrow \underbrace{f(x)\cdot f(x)\cdot\dots\cdot f(x)}_{de\ 2025\ ori}=f(x) \Longrightarrow$ $\Longrightarrow \left(f(x)\right)^{2025}=f(x) \Longrightarrow f(x)=0, f(x)=1, f(x)=-1$ $f(x)=-1$ nu convine, $f(x)=0 \Longrightarrow x=1$ care nu convine, $f(x)=1 \Longrightarrow x=0 \in G$	 3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=(\ln(e^{2x}+1))'-(x)'=\frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}-1=$ $=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$.	3p 2p
b)	$m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ $n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)=0$ $\Longrightarrow$ dreapta $y=x$ este asimptotă oblică spre ∞ la graficul funcției	2p 2p 1p
c)	f derivabilă pe $\mathbb{R}$, strict descrescătoare pe $(-\infty,0)$ și strict crescătoare pe $(0,\infty)$. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\infty,\ \lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty,\ f(0)=\ln 2$ $n\in\mathbb{N}, n\geq 1 \Longrightarrow n>\ln 2$ și deci, ecuația $f(x)=n$ are două rădăcini reale.	2p 2p 1p
2.a)	$\int_0^1 f^2(x)dx=\int_0^1\frac{x^2}{x^3+4}dx=\frac{1}{3}\ln(x^3+4)\Big\|_0^1=$ $=\frac{1}{3}(\ln 5-\ln 4)=\frac{1}{3}\ln\frac{5}{4}$.	3p 2p
b)	Fie F o primitivă a lui $f \Longrightarrow F$ derivabilă și $F'(x)=f(x)$ pentru orice $x\in[0,\infty) \Longrightarrow$ $\Longrightarrow F''(x)=f'(x)=\frac{8-x^3}{(x^3+4)\sqrt{x^3+4}}$. F convexă pe $[0,2]$, F concavă pe $[2,\infty) \Longrightarrow x=2$ punct de inflexiune pentru $F(x)$.	 3p 2p
c)	$x\in[0,1] \Longrightarrow 0\leq x\leq 1 \Longrightarrow 0\leq x^{3n}\leq 1 \Longrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{5}}\leq\dfrac{1}{\sqrt{x^{3n}+4}}\leq\dfrac{1}{2} \Longrightarrow \dfrac{x^n}{\sqrt{5}}\leq f(x^n)\leq\dfrac{x^n}{2}$ pentru orice $n\in\mathbb{N}, n\geq 1$. $\int_0^1\frac{x^n}{\sqrt{5}}dx\leq\int_0^1 f(x^n)dx\leq\int_0^1\frac{x^n}{2}dx \Longrightarrow \frac{1}{\sqrt{5}(n+1)}\leq\int_0^1 f(x^n)dx\leq\frac{1}{2(n+1)}$ de unde $\lim\limits_{n\to\infty}\displaystyle\int_0^1 f(x^n)dx=0$.	2p 3p