Examenul național de bacalaureat 2025
Simulare județeană
Proba E.c) Matematică *M_mate_info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Determinați numărul complex $z \in \mathbb{C}$ știind că $(2-i)z = 4i + \bar{z}$, unde $i^2 =-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + m - 2$, unde m este număr real. Determinați valorile parametrului real m pentru care $f(m) = f(f(-1))$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(4x) = \log_x 8$.

5p **4.** Fie mulțimea $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. Care este probabilitatea ca alegând o submulțime dintre submulțimile cu trei elemente ale mulțimii A, aceasta să aibă produsul elementelor număr impar?

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC. Fie M mijlocul laturii (BC) și N mijlocul lui (AM). Să se arate că $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{NM}$.

5p **6.** Determinați $x \in (0,\pi)$ pentru care $\sqrt{3} \cdot \sin 2x = 2\cos^2 x$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$ și sistemul $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$ unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(a)\right) = a(3-a)$.

5p **b)** Pentru $a = 0$, arătați că sistemul este incompatibil.

5p **c)** Pentru $a = 3$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului care au proprietatea că $x_0^2 = y_0 \cdot z_0$.

2. Pe mulțimea $G = (-1,1)$ se consideră legea de compoziție asociativă: $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

5p **a)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție ”$*$”.

5p **b)** Fie funcția $f: G \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Arătați că $f(x * y) = f(x)f(y)$ pentru orice $x, y \in G$.

5p **c)** Determinați numerele reale $x \in G$, pentru care $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{de\ 2025\ ori} = x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\left(e^{2x}+1\right)-x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că pentru orice număr natural nenul n, ecuația $f(x)=n$ are două rădăcini reale.

2. Se consideră funcția $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^3+4}}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f^2(x)dx=\frac{1}{3}\ln\frac{5}{4}$.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f are exact un punct de inflexiune.

5p **c)** Arătați că $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1 f(x^n)dx=0$.