

Examenul național de bacalaureat 2025
Simulare județeană
Proba E.c) Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Scoala in Papuci

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$, cu $b_5 = 8$ și $b_6 = 4$. Arătați că numărul $\sqrt{\frac{b_1}{2}}$ este natural.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 3$. Determinați numărul real a , știind că punctul $P(a + 1, a^2 + 11)$ este situat pe graficul funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x + 1) = \log_2 8$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea numerelor naturale de două cifre, numărul $\frac{x}{2}$ să facă parte din intervalul $(20; 23)$.
- 5p** 5. În reperul xOy se consideră punctele $A(3, -4)$ și $B(-2, 0)$. Determinați numărul real m pentru care vectorii \overrightarrow{AB} și $\overrightarrow{u} = 2m\overrightarrow{i} - (m + 3)\overrightarrow{j}$ sunt coliniari.
- 5p** 6. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin x = \frac{2}{3}$. Arătați că $\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ x & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p** b) Arătați că $B(x) \cdot B(y) - xyA = B(x + y)$, oricare ar fi numerele reale x și y .
- 5p** c) Pentru fiecare număr întreg nenul k se consideră matricea $C(k) = B\left(\frac{2}{k}\right) - \frac{2}{k}A$. Determinați numerele k pentru care $\det C(k)$ este număr întreg.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2$.
- 5p** a) Arătați că $0 * (-1) = 1$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $(x + 1) * x = x * (x - 1)$.
- 5p** c) Arătați că dacă x și y sunt numere reale astfel încât $|x| \geq 2$ și $|y| \geq 3$, atunci $\sqrt{x * y} \geq 5$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x^2 - 4x) \cdot \ln x - 3x^2 + 8x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 4(x - 1)(\ln x - 1)$, $x \in (0, \infty)$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3x^2 - 8x}{x f'(x)}$.
- 5p** c) Arătați că $\frac{12e - 5}{e^2} \leq f\left(\frac{1}{x}\right) \leq 5$, pentru orice $x \in [1, e]$.

2. Se consideră funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \cdot \sqrt{x+1}$.

5p a) Arătați că $\int_0^{\ln 2} \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = 1$.

5p b) Calculați $\int_0^1 f(x^2 - 1) dx$.

5p c) Determinați numărul real m pentru care $2 \int_0^1 (x+1)f(x)dx = m - 3 \int_0^1 f(x)dx$.

Scoala in Papuci