

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{mate-info}}$

Model aprilie 2026

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Scoala in Papuci

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1) Arătați că numerele  $\log_2 3, \sqrt{2}$  și  $\log_3 4$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p 2) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 8x + 13$ . Arătați că  $f(\sqrt{3}) \cdot f(1 + \sqrt{3}) \cdot \dots \cdot f(5 + \sqrt{3}) = 0$ .
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 \cdot 5^x - 5^{1-x} = -3$ .
- 5p 4) Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Determinați numărul submulțimilor cu 5 elemente ale mulțimii  $A$ , care conțin exact 3 numere pare.
- 5p 5) Se consideră patru puncte necoliniare  $A, B, C$  și  $D$  pentru care  $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CD}$ . Arătați că  $ABCD$  este paralelogram.
- 5p 6) Se consideră numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât  $a + b = \frac{\pi}{6}$ . Arătați că  $2 \sin b = \cos a - \sqrt{3} \sin a$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1+a & a & 0 \\ a & 1+a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A(-1) = -1$ .
- 5p b) Arătați că  $A(a) \cdot A(b) = A(a + b + 2ab)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p c) Demonstrați că dacă  $a, b$  și  $c$  sunt numere reale pentru care  $A(a) \cdot A(b) \cdot A(c) = A(0)$ , atunci  $(2a + 1)(2b + 1)(2c + 1) = 1$ .
- 2) Se consideră  $x_1, x_2, x_3$  rădăcinile polinomului  $f = X^3 - 6X^2 + 12X + m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $m = -7$  arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Arătați că  $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2$  nu depinde de numărul real  $m$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $m$ , știind că polinomul  $f$  are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - x - 1) \cdot e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = (x - 1)(x + 2)e^x, x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că graficul funcției  $f$  admite o singură asimptotă.

**5p** c) Determinați valorile reale ale lui  $a$ , știind că graficul funcției  $f$  intersectează dreapta de ecuație  $y = a$  în exact trei puncte.

2) Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 4x + 3} dx$ .

**5p** a) Arătați că  $2I_1 = \ln \frac{32}{27}$ .

**5p** b) Arătați că  $I_{n+2} + 4I_{n+1} + 3I_n = \frac{1}{n+1}$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**5p** c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ .

*Scoala in Papuci*