Examenul naţional de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model aprilie 2026

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 puncte)

1.	$z=a+bi,\ a,b\in R;\ 3z+4\bar{z}=7-i\Leftrightarrow 3a+3bi+4a-4bi=7-i\Leftrightarrow 7a-bi=7-i$ $a=1$ şi $b=1\Rightarrow z=1+i$	**3p** **2p**
2.	$V(1,-1+m)$ $-2+2m-1=3\Leftrightarrow 2m=6\Leftrightarrow m=3$	**2p** **3p**
3.	$\log_2\left(1+5\sqrt{x}\right)=4\Rightarrow 1+5\sqrt{x}=16\Rightarrow x=9$ $n=\log_5 25=2\in N$	**3p** **2p**
4.	Coeficientul binomial al termenului al treilea este $C_n^2=105$, de unde obținem $n=15$ care convine și $n=-14$ care nu convine $T_7=C_{15}^6\cdot(5x)^9\cdot\left(\sqrt{\frac{5}{x}}\right)^6=C_{15}^6\cdot 5^{12}\cdot x^6$	**3p** **2p**
5.	$\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AC}$ $ABCD$ dreptunghi $\Rightarrow AC=10$, deci $\left\|\vec{u}\right\|=20$	**3p** **2p**
6.	$\sin 15^0=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4};\sin 75^0=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4};\sin 45^0=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin^2 15^0+\sin^2 45^0+\sin^2 75^0=\frac{6-2\sqrt{12}+2}{16}+\frac{2}{4}+\frac{6+2\sqrt{12}+2}{16}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}3&1\\0&3\end{pmatrix};A(2)=\begin{pmatrix}9&1\\0&9\end{pmatrix};A(1)+A(2)=\begin{pmatrix}12&2\\0&12\end{pmatrix}$ $\det\left(A(1)+A(2)\right)=12\cdot 12-0\cdot 2=144$	**3p** **2p**
b)	$A(x-1)+A(x+1)=\begin{pmatrix}3^{x-1}+3^{x+1}&2\\0&3^{x-1}+3^{x+1}\end{pmatrix};A(2x-1)=\begin{pmatrix}3^{2x-1}&1\\0&3^{2x-1}\end{pmatrix}$ $A(x-1)+A(x+1)=2A(2x-1)\Rightarrow 3^{x-1}+3^{x+1}=2\cdot 3^{2x-1}\Rightarrow x=\log_3 5$	**2p** **3p**
c)	$\det\left(A(2x)\cdot A(3y)\right)=3^{4x+6y};\det\left(A(6)\right)=3^{12}$ $3^{4x+6y}=3^{12}\Leftrightarrow 4x+6y=12\Rightarrow(x,y)=\{(3,0);(0,2)\}$	**2p** **3p**
2.a)	$x_1+x_2+x_3=0;x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=1$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=0-2=-2<0$, deci polinomul *f* nu are toate rădăcinile reale	3p
b)	$x_1+x_2+x_3=0\Rightarrow x_3=1$ $f(1)=0\Rightarrow a=-2$	2p 3p
c)	pentru $a=-2$, din punctul b) avem $x_3=1\Rightarrow y_3=-1$ $y_1+y_2+y_3=2x_1-3+2x_2-3-1=2(x_1+x_2)-7=-9=-m\Rightarrow m=9$ $y_1y_2y_3=(2x_1-3)(2x_2-3)\cdot(-1)=-4x_1x_2+6(x_1+x_2)-9=-8-6-9=-23=-n\Rightarrow n=23$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{\substack{x\to3\\x>3}}f(x)=0;\lim\limits_{\substack{x\to3\\x<3}}f(x)=3a-3;f(3)=0$ $3a-3=0\Rightarrow a=1$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$, deci funcția *f* nu are asimptotă orizontală spre $+\infty$ $m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x}=1$ $n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-mx)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-x^2}{\sqrt{x^2-3x}+x}=-\frac{3}{2}\Rightarrow y=x-\frac{3}{2}$ este asimptota oblică spre $+\infty$	2p 3p
c)	$f'(x)=\begin{cases}1, & x\in(0,3)\\ \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}, & x\in[3,+\infty)\end{cases}$; pentru orice $x\in(0,3)$, $f'(x)>0\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(0,3)$; pentru orice $x\in[3,+\infty)$, $f'(x)>0\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $[3,+\infty)$, deci *f* nu admite puncte de extrem Pentru $a=1$ funcția este continuă pe $(0,+\infty)$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty;\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)=-3\Rightarrow \operatorname{Im}f=(-3,+\infty)$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{(x+1)^2}\right)dx=\int_1^2\left(\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}-\frac{1}{(x+1)^2}\right)dx=\int_1^2\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2(x+1)^2}\right)dx=\int_1^2\left(\frac{1}{x^2}\right)dx=\left(-\frac{1}{x}\right)\Big\vert_1^2=$ $=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$	3p 2p
b)	$f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}\Rightarrow f(x)+f(x+1)+...+f(x+2025)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+2026)^2}$ $\int\left(f(x)+f(x+1)+...+f(x+2025)\right)dx=\int\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+2026)^2}\right)dx=-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2026}+C,\ C\in R$	3p 2p
c)	$\int_x^{x+1}f(t)dt=\left(-\frac{1}{t}+\frac{1}{t+1}\right)\Big\vert_x^{x+1}=-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x(x+1)(x+2)}$	2p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\int_x^{x+1} f(t)\,dt}{f(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{x(x+1)(x+2)}\cdot\dfrac{x^2(x+1)^2}{2x+1}=1$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro