

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 1) Determinați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că suma primilor n termeni ai săi este
- 5p $S_n = \frac{3n^2 + 7n}{2}, n \geq 1.$
- 5p 2) Determinați numărul real m știind că vârful parabolei asociat funcției $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 4x - m$ are coordonatele egale.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-3} = 3-x.$
- 5p 4) Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre pătrate perfecte.
- 5p 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3), B(6,-2).$ Determinați coordonatele punctelor $C,$ situate pe axa Oy astfel încât $AC \perp BC.$
- 5p 6) Calculați $\operatorname{tg} x$ știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}.$

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(m) = mA + I_2,$ unde $m \in R.$
- 5p a) Arătați că $\det(M(2025)) = 2026.$
- 5p b) Arătați că $M(m) \cdot M(n) = M(m+n+mn),$ pentru orice numere reale $m, n.$
- 5p c) Determinați $x \in R$ pentru care $M(1) \cdot M(2) \cdot M(3) \cdot M(4) \cdot M(x) = M(-1) \cdot M(2026).$
- 2) Pe $M = (0, \infty) \setminus \{1\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = 4xy + 2x + 2y.$
- 5p a) Arătați că $x \circ y = (2x+1)(2y+1) - 1,$ pentru orice $x, y \in M.$
- 5p b) Determinați $x \in M$ pentru care $x \circ x \leq 4x + 1.$
- 5p c) Determinați $x \in M$ pentru care $(\log_4 \sqrt{4^x}) \circ (\log_x 2) + 1 = 0.$

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow R, f(x) = xe^{\frac{1}{x}}.$
- 5p a) Demonstrați că $f'(x) = \frac{(x-1)e^{\frac{1}{x}}}{x}, \forall x \in (0, \infty).$
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty,$ la graficul funcției $f.$
- 5p c) Arătați că $f(3) > 2\sqrt{e}.$

2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$.

5p a) Dacă $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f , calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x - 1}$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 xf(x)dx = \frac{\pi}{8}$.

5p c) Arătați că $\frac{1}{2} \leq \int_0^1 f(x)dx \leq 1$.

Scoala in Papuci