Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Scoala in Papuci

Simulare județeană 12.05.2025

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională,profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$\overline{z}=1-i$, $n=(1+i)(1-i)+2(1+i)+3(1-i)=7-i$	**3p**
	$\lvert n\rvert=\lvert 7-i\rvert=5\sqrt{2}$	**2p**
2.	$(f\circ f)(x)=f(f(x))=4x-3$, $f^2(x)=4x^2-4x+1$	**2p**
	$4x^2-4x+1=4x-3$, de unde $x=1$	**3p**
3.	$\log_2\sqrt{x}=\frac{1}{2}\log_2 x$, $\log_4(4x^4)=1+2\log_2 x$	**2p**
	$3=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\log_2 x+1+2\log_2 x\right)\Rightarrow \log_2 x=2$, de unde $x=4$, care convine	**3p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile.	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de trei cifre, numerele $7\cdot 15, 7\cdot 17,\dots,7\cdot 142$ sunt multiplii ai lui 7, deci sunt 128 de cazuri favorabile. Probabilitatea este $P=\frac{32}{225}$	**3p**
5.	$BD=2\sqrt{2}$	**2p**
	$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=BA\cdot BD\cdot\cos\left(\widehat{ABD}\right)\Rightarrow \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=4$	**3p**
6.	$b=\frac{\pi}{6}-a\Rightarrow \sin(a-b)=\frac{\sqrt{3}\sin(2a)-\cos(2a)}{2}$	**2p**
	$\cos(2b)=\frac{\sqrt{3}\sin(2a)+\cos(2a)}{2}$ $\sin(a-b)+\cos(2b)-\sqrt{3}\sin(2a)=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$A_1(2,2)$, $A_2(3,5)$	**2p**
	$A_1A_2:\begin{vmatrix} x & y & 1\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 5 & 1\end{vmatrix}=0$. Ecuația dreptei A_1A_2 este: $3x-y-4=0$	**3p**
b)	$\begin{vmatrix} m+1 & m^2+1 & 1\\ n+1 & n^2+1 & 1\\ p+1 & p^2+1 & 1\end{vmatrix}=(m-n)(n-p)(p-m)$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

	$(m-n)(n-p)(p-m)\neq 0$ pentru orice m,n,p numere naturale distincte două câte două, de unde rezultă că punctele A_m, A_n, A_p sunt necoliniare	2p
c)	$A_{\Delta OA_nA_{n+1}}=\frac{1}{2}\cdot\lvert\Delta\rvert$, unde $\Delta=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ n+1 & n^2+1 & 1\\ n+2 & n^2+2n+2 & 1\end{vmatrix}$	2p
	$A_{\Delta OA_nA_{n+1}}=\frac{n^2+3n}{2}$ este minimă pentru $n=1$	3p
2.a)	f este divizibil cu $X+1 \Leftrightarrow f(-1)=0$	2p
	$f=X^4-4X-5 \Rightarrow f(-1)=1-4(-1)-5=0$	3p
b)	α rădăcină dublă $\Rightarrow f(\alpha)=f'(\alpha)=0$, $f'(x)=4x^3-4 \Rightarrow \alpha=1$	3p
	$f(1)=-3+m$, de unde $m=3$	2p
c)	$a=(2x_1-1)(2x_2-1)(2x_3-1)(2x_4-1)=2^4\left(\frac{1}{2}-x_1\right)\left(\frac{1}{2}-x_2\right)\left(\frac{1}{2}-x_3\right)\left(\frac{1}{2}-x_4\right)=16f\left(\frac{1}{2}\right)$	3p
	$f=X^4-4X+4 \Rightarrow a=33$	2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^{\frac{1}{x}}+x\cdot e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=e^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x}}\cdot\frac{1}{x}=$	3p
	$=e^{\frac{1}{x}}\left(1-\frac{1}{x}\right)=\frac{(x-1)\cdot e^{\frac{1}{x}}}{x}$, $x\in(0,\infty)$	2p
b)	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x\cdot e^{\frac{1}{x}}\right)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{-\frac{1}{x^2}}=+\infty$	3p
	Dreapta de ecuație $x=0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	2p
c)	Fie $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f'(x)$ și ecuația $g(x)=m$ $g'(x)=\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$, pentru orice $x\in(0,\infty)$, $g'(x)>0$, deci g este strict crescătoare pe $(0,\infty)$	2p
	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=1$, g este continuă pe $(0,\infty)$, atunci ecuația $g(x)=m$ are soluție unică pentru $m\in(-\infty,1)$	3p
2.a)	$\int_0^1 f_2(x)dx=\int_0^1(1-x)^2dx=-\frac{(1-x)^3}{3}\Big\|_0^1=$	3p
	$=\frac{1}{3}$	2p
b)	$\int_0^1 xf_{2024}(x)dx=\int_0^1 x(1-x)^{2024}dx=\int_0^1(-1)(1-x-1)(1-x)^{2024}dx=\int_0^1\left[(1-x)^{2024}-(1-x)^{2025}\right]dx=$	3p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

	$=-\left.\frac{(1-x)^{2025}}{2025}\right\|_0^1+\left.\frac{(1-x)^{2026}}{2026}\right\|_0^1=\frac{1}{2025\cdot 2026}$	**2p**
c)	$\int_0^1\left(1-\frac{x}{n}\right)^n dx=-n\cdot\left.\frac{\left(1-\frac{x}{n}\right)^{n+1}}{n+1}\right\|_0^1=\frac{-n}{n+1}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n+1}+\frac{n}{n+1}$	**2p**
	$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{-n}{n+1}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n+1}+\frac{n}{n+1}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{-n}{n+1}\left[\left(1+\frac{-1}{n}\right)^{-n}\right]^{\frac{n+1}{-n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=\frac{-1}{e}+1=\frac{e-1}{e}$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro