**Examenul naţional de bacalaureat 2025**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_mate-info***

***Simulare județeană 12.05.2025***

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocațională,profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**



## SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$, unde $i^2=-1$. Arătați că modulul numărului $n=z\cdot\overline{z}+2z+3\overline{z}$ este $5\sqrt{2}$, unde $\overline{z}$ reprezintă conjugatul numărului complex $z$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-1$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(f\circ f)(x)=f^2(x)$.

5p **3.** Determinați numărul real strict pozitiv $x$ pentru care $\log_2\sqrt{x}$, $\log_2 8$ și $\log_4\left(4x^4\right)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie multiplu al lui $7$.

5p **5.** Se consideră pătratul $ABCD$ cu latura $AB=2$. Calculați $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}$.

5p **6.** Fie $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b=\frac{\pi}{6}$. Arătați că $\sin(a-b)+\cos(2b)-\sqrt{3}\sin(2a)=0$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

**1.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A_n(n+1,n^2+1)$, unde $n\in\mathbb{N}$ și $O(0,0)$.

5p **a)** Determinați ecuația dreptei $A_1A_2$.

5p **b)** Știind că $m,\ n,\ p$ sunt numere naturale distincte două câte două, arătați că punctele $A_m,A_n,A_p$ sunt necoliniare.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul $n$ astfel încât aria triunghiului $OA_nA_{n+1}$ să fie minimă.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^4-4X+m$, unde $m$ este un număr real.

5p **a)** Pentru $m=-5$, arătați că polinomul $f$ este divizibil cu $X+1$.

5p **b)** Determinați numărul real $m$, știind că polinomul $f$ are o rădăcină dublă reală.

5p **c)** Pentru $m=4$, determinați numărul $a=(2x_1-1)(2x_2-1)(2x_3-1)(2x_4-1)$, unde $x_1,\ x_2,\ x_3$ și $x_4$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

## SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

**1.** Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x\cdot e^{\frac{1}{x}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)\cdot e^{\frac{1}{x}}}{x},\ x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției $f$.

5p **c)** Determinați valorile numărului real $m$ pentru care ecuația $f'(x)=m$ are soluție unică.

**2.** Se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=(1-x)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$.

**5p** **a)** Calculați $\int_0^1 f_2(x)dx$.

**5p** **b)** Arătați că $\int_0^1 xf_{2024}(x)dx=\frac{1}{2025\cdot 2026}$.

**5p** **c)** Calculați $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n\left(\frac{x}{n}\right)dx$.