Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_st-nat*

Simulare județeană 12.05.2025

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$q=\frac{b_2}{b_1}=1+\sqrt{2}$ este rația progresiei geometrice	**3p**
	$b_4=b_3q=-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)=-3-2\sqrt{2}$	**2p**
2.	Cum $\Delta>0$, dacă x_1 și x_2 sunt abscisele punctelor în care graficul funcției f intersectează axa Ox atunci ele sunt soluțiile ecuației $-x^2+5x+1=0$	**3p**
	$x_1+x_2=-\frac{5}{-1}=5$	**2p**
3.	Ecuația este echivalentă cu $3^x\left(\frac{1}{3}+1\right)=2^x\left(4-1\right)$	**3p**
	$\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{9}{4}\Rightarrow x=2$ care convine	**2p**
4.	$A_5^3=60\vdots 6, 2\cdot C_4^2=12\vdots 6, P_3=6\vdots 6$ deci sunt 3 cazuri favorabile	**3p**
	Probabilitatea este $\frac{3}{3}=1$	**2p**
5.	$BD\perp OA\Leftrightarrow m_{BD}\cdot m_{OA}=-1$	**2p**
	Cum $m_{OA}=2$, ecuația diagonalei BD este $y=-\frac{x}{2}$	**3p**
6.	Din teorema sinusurilor avem $\frac{3\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{6}{\sin C}$	**3p**
	Se obține $\sin C=1\Rightarrow C=\frac{\pi}{2}$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$A(a)-A(-a)=\begin{pmatrix} a-1 & 2-a \\ a-2 & 1-a \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -a-1 & 2+a \\ -a-2 & 1+a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2a & -2a \\ 2a & -2a \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2a & -2a \\ 2a & -2a \end{pmatrix}=2a\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	**3p** **2p**
b)	$A(i)=\begin{pmatrix} i-1 & 2-i \\ i-2 & 1-i \end{pmatrix}$, $\det(A(i))=-(1-i)^2+(2-i)^2=3-2i$ $m+ni=3-2i, m,n\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m=3, n=-2$	**3p** **2p**
c)	$A(a)A(a)=\begin{pmatrix} 2a-3 & 0 \\ 0 & 2a-3 \end{pmatrix}$, $A(2)A(2)=I_2, (2a-3)X=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ Pentru $a=\frac{3}{2}$ ecuația are cel puțin două soluții	**3p** **2p**
2.a)	$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\left(\frac{1}{2}\right)^3+\frac{1}{2}-3=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-3$ $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{9}{4}$	**3p** **2p**
b)	f este divizibil cu polinomul $X-a\Leftrightarrow f(a)=0\Leftrightarrow 2a^3+a-3=0$ $(a-1)(2a^2+2a+3)=0\Rightarrow a=1$ singura soluție reală	**2p** **3p**
c)	Din relațiile lui Viète avem $x_1+x_2+x_3=0$ $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}=(x_1+x_2+x_3)\begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_3 \\ 1 & x_3 & x_1 \\ 1 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}=0$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\ln\frac{2x}{x-3}\right)'=\frac{x-3}{2x}\cdot\frac{2x-6-2x}{(x-3)^2}$ $f'(x)=-\frac{3}{x(x-3)}, x\in(3,\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\frac{2x}{x-3}=\ln\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{x\left(1-\frac{3}{x}\right)}=\ln 2$ $y=\ln 2$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

c)	Cum $f'(x)<0$ pentru orice $x\in(3,\infty)$, f este strict descrescătoare pe $(3,\infty)$	2p
	$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x>3}} f(x)=\infty$ şi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\ln 2$ .Cum f este continuă pe $(3,\infty)$ avem $\operatorname{Im} f=(\ln 2,\infty)\neq\mathbb{R}$ deci funcția f nu este surjectivă	3p
2.a)	$\int_0^2\left(f(x)-e^{2x-1}\right)dx=\int_0^2(2x-1)dx=\left(x^2-x\right)\Big\|_0^2=$ Scoala in Papuci	2p
	$=4-2=2$	3p
b)	$\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\frac{f(x)+2-2x}{f(x)}\right)dx=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\frac{e^{2x-1}+1}{f(x)}\right)dx=\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\frac{f'(x)}{f(x)}\right)dx=\frac{1}{2}\ln\left(f(x)\right)\Big\|_{\frac{1}{2}}^{1}=$	3p
	$=\frac{1}{2}\ln(1+e)$	2p
c)	$A=\int_{\frac{1}{2}}^{a}\|g(x)\|dx=\int_{\frac{1}{2}}^{a}\left(x^2e^{2x-1}\right)dx=\frac{e^{2x-1}}{2}\left(x^2-x+\frac{1}{2}\right)\Big\|_{\frac{1}{2}}^{a}=$ $=\frac{e^{2a-1}}{2}\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{8}$	3p
	$\frac{e^{2a-1}}{2}\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{8}=\frac{10e^{2a-1}-1}{8}\Leftrightarrow\frac{e^{2a-1}}{2}\left(a^2-a+\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\right)=0\Leftrightarrow a=2$	2p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro