Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $\begin{cases} a_1+3r-a_1-r=4 \\ a_1+a_1+2r+a_1+4r+a_1+5r=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r=2 \\ 4a_1+11r=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r=2 \\ a_1=2 \end{cases}$ $S_{20}=\dfrac{20\cdot(4+19\cdot 2)}{2}=420$	**3p** **2p**
5p	**2.** $f(x)=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=3$ $A(1,0); B(3,0)$ Distanța este $AB=\sqrt{4}=2$	**2p** **1p** **2p**
5p	**3.** $2\log_2 x-\dfrac{1}{\log_2 x}=1 \Rightarrow (2\log_2 x+1)(\log_2 x-1)=0$ $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ sau $x=2$, care convin	**3p** **2p**
5p	**4.** Numărul total de funcții $f:\{2,4,6\}\to\{0,1,2,3\}$ este egal cu 4^3 Numărul funcțiilor pentru care $f(2)\cdot f(4)\cdot f(6)\neq 0$ este egal cu 3^3 Numărul funcțiilor $f(2)\cdot f(4)\cdot f(6)=0$ este egal cu $4^3-3^3=37$	**2p** **1p** **2p**
5p	**5.** $AB=6\sqrt{2}, AC=AB\sqrt{2}=12, \sphericalangle BAC=45^\circ$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\lvert\overrightarrow{AB}\rvert\cdot\lvert\overrightarrow{AC}\rvert\cdot\cos\left(\sphericalangle\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\right)=-6\sqrt{2}\cdot 12\cdot\cos 45^\circ=-72$	**2p** **3p**
5p	**6.** $3\sin x+\left(1-2\sin^2 x\right)=1 \Rightarrow \sin x\left(3-2\sin x\right)=0$ $3-2\sin x=0 \Rightarrow \sin x=\dfrac{3}{2}\notin[-1,1] \Rightarrow$ ecuația nu are soluții $\sin x=0, x\in[0,\pi] \Rightarrow x\in\{0,\pi\}$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $\det A=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ n\cdot p & m\cdot p & m\cdot n \end{vmatrix} \overset{\substack{C_2-C_1 \\ C_3-C_1}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ m & n-m & p-m \\ n\cdot p & p\cdot(m-n) & n\cdot(m-p) \end{vmatrix}=$ $=(m-n)\cdot(m-p)\cdot(-1)^{1+1}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ p & n \end{vmatrix}=(m-n)\cdot(m-p)\cdot(p-n)$	**2p** **3p**
5p	**b)** $m\neq n, n\neq p, m\neq p \Rightarrow (m-n)\cdot(m-p)\cdot(p-n)\neq 0 \Rightarrow \det A\neq 0$ $\det A\neq 0 \Rightarrow$ sistemul este compatibil determinat Cum sistemul este omogen, soluția este (0,0,0).	**2p** **2p** **1p**
5p	**c)** $m=n\neq p \Rightarrow \det A=0$ Sistemul este omogen $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m & p \\ m\cdot p & m\cdot p & m^2 \end{pmatrix} \Rightarrow d_p=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m & p \end{vmatrix}=p-m\neq 0 \Rightarrow$ sistem compatibil simplu nedeterminat	**1p**

	$x=\alpha\in R\Rightarrow\begin{cases}y+z=-\alpha\\ m\cdot y+p\cdot z=-m\cdot\alpha\end{cases}\Rightarrow y=-\alpha, z=0$ $x_0^{\,2}+y_0^{\,2}+z_0^2-18=0\ \Rightarrow 2\alpha^2=18\Rightarrow\alpha_1=3,\alpha_2=-3$ $(x_0,y_0,z_0)\in\{(3,-3,0),(-3,3,0)\}$	**3p** **1p**
5p	**2. a)** $x*y=\frac{1}{2}(x+1)(y+1)-1,\forall\, x,y\in\mathbf{R}$ $(x*y)*z=\left(\frac{1}{2}(x+1)(y+1)-1\right)*z=\frac{1}{4}(x+1)(y+1)(z+1)-1,\forall\, x,y,z\in\mathbf{R}$ $x*(y*z)=x*\left(\frac{1}{2}(y+1)(z+1)-1\right)=\frac{1}{4}(x+1)(y+1)(z+1)-1,\forall\, x,y,z\in\mathbf{R}$ Cum $(x*y)*z=x*(y*z)\forall\, x,y,z\in\mathbf{R}\Rightarrow$ legea este asociativă pe $\mathbf{R}$	**2p** **2p** **1p**
5p	**b)** Fie $x,y\in M$, $x=2k_1+1,\ k_1\in\mathbf{Z}$, $y=2k_2+1\ ,k_2\in\mathbf{Z}$ $x*y=\frac{1}{2}(2k_1+2)(2k_2+2)-1=2(k_1+1)(k_2+1)-1$ $k_1,k_2\in\mathbf{Z}\Rightarrow k=(k_1+1)(k_2+1)-1\in\mathbf{Z}\Rightarrow x*y=2k+1\Rightarrow x*y\in M$	**1p** **2p** **2p**
5p	**c)** Elementul neutru: $e=1\in M$ Simetricul lui x: $x'=\frac{4}{x+1}-1,\quad x\neq-1$ $x'\in M\Rightarrow x'\in\mathbf{Z}\Rightarrow\frac{4}{x+1}\in\mathbf{Z}\Rightarrow(x+1)\mid 4\Rightarrow x+1\in\{-4,-2,-1,1,2,4\}\Rightarrow x\in\{-5,-3,-2,0,1,3\}$ Cum x este impar$\Rightarrow x\in\{-5,-3,1,3\}$ $x=-5\Rightarrow x'=-2\notin M$ $x=-3\Rightarrow x'=-3\in M$ $x=1\Rightarrow x'=1\in M$ $x=3\Rightarrow x'=0\notin M$ $\Rightarrow$elementele inversabile ale lui M sunt $x=-3$ și $x=1$	**1p** **2p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=\frac{3(1-x)}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$ Ecuația tangentei la graficul funcției: $y-f(0)=f'(0)(x-0)\Rightarrow$ $x-y\sqrt{3}+3=0$	**3p** **1p** **1p**
5p	**b)** $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x))^{4x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}\right)^{4x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{(x+3)^2}{x^2+3}\right)^{2x}\overset{1^\infty}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{6x+6}{x^2+3}\right)^{2x}$ $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{6x+6}{x^2+3}\right)^{\frac{x^2+3}{6x+6}}\right)^{\frac{6x+6}{x^2+3}\cdot 2x}=e^{12}$	**3p** **2p**
5p	**c)** $f'(x)\geq0,(\forall)x\in(-\infty,1]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,1]$ și $f'(x)\leq0,(\forall)x\in[1,+\infty)\Rightarrow$ f este descrescătoare pe $[1,+\infty)$. Cum $f(1)=2\Rightarrow f(x)\leq2,(\forall)x\in\mathbf{R}\Rightarrow f(e^x)\leq2,(\forall)x\in\mathbf{R}$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$, f descrescătoare pe $[1,+\infty)\Rightarrow f(x)>1,\forall x\in[1,+\infty)$ Cum $e^{x^2}\geq1,\forall x\in\mathbf{R}\Rightarrow f\left(e^{x^2}\right)>1$ $\Rightarrow f(e^x)<1+f\left(e^{x^2}\right),(\forall)x\in\mathbf{R}$	**3p** **2p**

5p	**2. a)** $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+1)\Big\vert_0^1 =$ $= \frac{1}{2}\ln 2$	**3p** **2p**
5p	**b)** $\int_0^1 \frac{x^2 f(x) + f(x)}{x^4+1}dx = \int_0^1 \frac{x}{x^4+1}dx =$ $= \frac{1}{2} arctg(x^2)\Big\vert_0^1 = \frac{\pi}{8}$.	**2p** **3p**
5p	**c)** Din regula lui l'Hospital pentru cazul $\frac{0}{0}$, limita este egală cu $\lim\limits_{x\to 1}\left(\int_1^x f(t)dt\right)' dt =$ $= \lim\limits_{x\to 1} f(x)dx = \frac{1}{2}$.	**3p** **2p**