

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
 Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p** 1. Să se calculeze suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$.
- 5p** 2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot \log_2 x - \log_x 2 = 1$.
- 5p** 4. Determinați numărul funcțiilor $f: \{2, 4, 6\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$ cu proprietatea $f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) = 0$.
- 5p** 5. Aria pătratului $ABCD$ este egală cu 72. Calculați $\overline{AB} \cdot \overline{CA}$.
- 5p** 6. Determinați $x \in [0, \pi]$, știind că $3 \sin x + \cos 2x = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & n & p \\ n \cdot p & m \cdot p & m \cdot n \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ m \cdot x + n \cdot y + p \cdot z = 0 \\ n \cdot p \cdot x + m \cdot p \cdot y + m \cdot n \cdot z = 0 \end{cases}, m, n, p \in \mathbf{R}^*$.
- 5p** a) Să se arate că $\det A = (m - n)(m - p)(p - n)$.
- 5p** b) Rezolvați sistemul știind că m, n, p sunt distincte două câte două.
- 5p** c) Pentru $m = n \neq p$ determinați soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 18 = 0$.
2. Pe \mathbf{R} se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(xy + x + y - 1)$.
- Fie mulțimea $M = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$
- 5p** a) Să se arate că legea "*" este asociativă pe \mathbf{R} .
- 5p** b) Să se arate că mulțimea M este parte stabilă a lui \mathbf{R} în raport cu legea "*".
- 5p** c) Să se determine elementele inversabile ale lui M în raport cu legea "*".

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$
- 5p** a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x_0 = 0$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{4x}$.
- 5p** c) Să se arate că $f(e^x) < 1 + f(e^{x^2}), (\forall) x \in \mathbf{R}$.
2. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 \frac{x^2 f(x) + f(x)}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{8}$.
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt$.