Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat , februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Gruparea termenilor până la $z=\frac{5+i}{1+i}$ Rezolvarea împărţirii şi $z=3-2i$	**2p** **3p**
5p	**2.** Coordonatele vârfului $V\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4}\right)$ $\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4}\right)$ este soluţie a ecuaţiei $x-2y-2=0$.	**2p** **3p**
5p	**3.** Condiţia de existenţă $x\in[\frac{3}{2},\infty)$. Prin ridicarea ecuaţiei la puterea a şasea, $(3-2x)^3=(3-2x)^2$ Notăm $t=3-2x$, deci $t^3=t^2 \Leftrightarrow t\in\{0,1\}$ de unde $x\in\left\{1,\frac{3}{2}\right\}$ Cele două valori ale lui x îndeplinesc condiţia de existenţă	**2p** **3p**
5p	**4.** Notăm $cardA=n$. Atunci $C_n^0+C_n^1+C_n^2=16 \Leftrightarrow 1+n+\frac{n(n-1)}{2}=16$ $n^2+n-30=0 \Leftrightarrow n\in\{-6,5\}$, dar n este natural, deci $n=5$	**3p** **2p**
5p	**5.** $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-AC\cdot BC\cdot cosC$ $AC=8,\ cosC=\frac{4}{5} \Longrightarrow \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=-64$	**2p** **3p**
5p	**6.** $a=sin59^{\circ}\cdot cos29^{\circ}-cos59^{\circ}\cdot sin29^{\circ}$ $a=sin(59^{\circ}-29^{\circ})=sin30^{\circ}=\frac{1}{2}$, care este raţional	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $A(2)=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $Det\left[A(2)\right]=8+1+0-0-0-0=9$	**2p** **3p**
5p	**b)** $A^3(0)=I_3$ $B=I_3-A^{2026}(0)+A^{2027}(0)=I_3-\left[A^3(0)\right]^{675}A(0)+\left[A^3(0)\right]^{675}A^2(0)=$ $=I_3-A(0)+A^2(0)$ $\frac{1}{2}\left[I_3+A(0)\right]\left[I_3-A(0)+A^2(0)\right]=\left[I_3-A(0)+A^2(0)\right]\cdot\frac{1}{2}\left[I_3+A(0)\right]=$ $=\frac{1}{2}\left[I_3+A^3(0)\right]=\frac{1}{2}\left[I_3+I_3\right]=I_3$ Având în vedere unicitatea inversei, matricea B este inversabilă şi $B^{-1}=\frac{1}{2}\left[I_3+A(0)\right]$	**2p** **3p**
5p	**c)** Condiția ca sistemul omogen sa admită doar soluția banală este ca determinantul matricei asociate să fie nenul. $Det\ A(a)=a^3+1$ $a^3+1\neq 0,\ a\in\mathbb{R} \Leftrightarrow a\neq -1$	**3p** **2p**
5p	**2. a)** $2*0=\ln\left(e^2+e^0-1\right)=$ $=\ln e^2=2$	**2p** **3p**

5p	**b)** Se demonstrează că $0\in[0,\infty)$ este element neutru al legii " * " : $\forall x\in[0,\infty)$, $x*0=\ln\left(e^x+e^0-1\right)=\ln(e^x)=x$ $0*x=\ln\left(e^0+e^x-1\right)=\ln(e^x)=x$ $x*0=0*x=x$ şi cum elementul neutru este unic, $0\in[0,\infty)$ este elementul neutru al legii de compozite	**3p** **2p**
5p	**c)** $x*(x+2026)=2026\Leftrightarrow\ln\left(e^x+e^{x+2026}-1\right)=2026$ $e^x+e^{x+2026}-1=e^{2026}$ $e^x+e^{x+2026}-1-e^{2026}=0$ $e^x\left(1+e^{2026}\right)-\left(1+e^{2026}\right)=0$ $\left(1+e^{2026}\right)(e^x-1)=0$ $1+e^{2026}\neq 0, e^x-1=0, x=0, 0\in[0,\infty)$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea

5p	**1. a)** $f'(x)=1-\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$ Prin calcul direct se obține relația cerută.	**2p** **3p**
5p	b) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2f'(x)=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(1-\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}\right)^{\infty\cdot 0}=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\frac{2\sqrt{x^2-x+1}-(2x-1)}{2\sqrt{x^2-x+1}}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}x^2\frac{3}{2\sqrt{x^2-x+1}\left(2\sqrt{x^2-x+1}+(2x-1)\right)}=\frac{3}{8}$	**2p** **3p**
5p	c) Vom demonstra că prima derivată este strict descrescătoare pe mulțimea numerelor reale. $f''(x)=\left(f'(x)\right)'=\left(1-\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}\right)'=-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2\left(x^2-x+1\right)^{\frac{3}{2}}}$ Cum $x^2-x+1>0,\forall x\in\mathbf{R}$, obținem că $f''(x)<0,\forall x\in\mathbf{R}$, deci f' este strict descrescătoare pe $\mathbf{R}$, adică relația cerută.	**2p** **3p**
5p	**2. a)** $\int f(x)dx=\int\left(x^2-1+\frac{x}{x^2+1}\right)dx=\frac{x^3}{3}-x+\frac{1}{2}\int\frac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}dx=$ $=\frac{x^3}{3}-x+\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+1\right\|+C=\frac{x^3}{3}-x+\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)+C$	**2p** **3p**
5p	**b)** $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\int_0^1\left(x-1+\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_0^1+\int_0^1\frac{\sqrt{x}}{x+1}dx$ $=\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_0^1+\int_0^1\frac{x+1-1}{\sqrt{x}(x+1)}dx=\left(\frac{x^2}{2}-x+2\sqrt{x}-2arctg\sqrt{x}\right)\Big\|_0^1=\frac{3-\pi}{2}<0$	**2p** **3p**
5p	**c)** Se observă că $\frac{f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}=\left(\frac{f'(x)}{f(x)}\right)'$ deci $\int_0^1\frac{f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}dx=$ $=\int_0^1\left(\frac{f'(x)}{f(x)}\right)'dx=\frac{f'(x)}{f(x)}\Big\|_0^1=\frac{f'(1)}{f(1)}-\frac{f'(0)}{f(0)}=\frac{2}{\frac{1}{2}}-\frac{1}{-1}=4+1=5$	**2p** **3p**