Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_ mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică- informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Rezolvați în $\mathbb{C}$ ecuația $2+3i-z=2i-3+iz$.

5p **2.** Arătați că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2-3x$ se află pe dreapta de ecuație $x-2y-2=0$.

5p **3.** Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{3-2x}=\sqrt[3]{3-2x}$.

5p **4.** Determinaţi numărul elementelor mulţimii A, dacă aceasta are exact 16 submulţimi cu cel mult două elemente.

5p **5.** Fie triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6, BC=10$. Calculați $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}$

5p **6.** Demonstraţi că numărul $sin59^{\circ}\cdot cos29^{\circ}-sin31^{\circ}\cdot cos61^{\circ}$ este raţional.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+y=0 \\ ay+z=0 \\ x+az=0 \end{cases}$, $a\in\mathbb{R}$ și $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$, matricea asociată sistemului.

5p **a)** Calculați determinantul matricei $A(2)$.

5p **b)** Arătați că matricea $B=I_3-A^{2026}(0)+A^{2027}(0)$ este inversabilă și că $B^{-1}=\frac{1}{2}[I_3+A(0)]$.

5p **c)** Determinați valoarile lui $a\in\mathbb{R}$, pentru care sistemul admite doar soluția banală .

2. Pe mulțimea $[0,\infty)$ se consideră legea de compoziție asociativă $x*y=ln(e^x+e^y-1)$.

5p **a)** Calculați $2*0$.

5p **b)** Arătați că legea "$*$" admite element neutru.

5p **c)** Rezolvați în $[0,\infty)$ ecuația $x*(x+2026)=x$

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-\sqrt{x^2-x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\sqrt{x^2-x+1}\cdot f'(x)+f(x)=\frac{1}{2}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\cdot f'(x)$

5p **c)** Arătați că oricare ar fi două numerele reale a și b astfel încât $a>b$, avem relația: $f'(a)<f'(b)$.

2. Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-1+\dfrac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției f ;

5p **b)** Demonstrați că $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx<0$.

5p **c)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f''(x)\cdot f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}dx=5$.