Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat 2024, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** Amplificând cu conjugatul numitorului $\Rightarrow z=\frac{(1+i)(1+i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{2i}{2}=i$	**2p**
	$\lvert 1+z+z^2+z^3+\dots+z^{2026}\rvert=\lvert 1+i+i^2+i^3+\dots+i^{2026}\rvert=\left\lvert\frac{i^{2027}-1}{i-1}\right\rvert=$ $\left\lvert\frac{i^3-1}{i-1}\right\rvert=\lvert i\rvert=1.$	**3p**
5p	**2.** $S=x_1+x_2=\frac{-b}{a}=m-1, P=x_1x_2=\frac{c}{a}=-(2m+1).$ $x_1^2+x_2^2=S^2-2P=m^2+2m+3$	**3p**
	$m^2+2m+3=m^2+2m+1+2=(m+1)^2+2=minimă\Rightarrow(m+1)^2=0\Rightarrow m=-1$	**2p**
5p	**3.** $(3^{x-1}+1)(3^x-1)=32$, notăm $3^x=t, t>0, t\neq 1$	**2p**
	$(t+3)(t-1)=96\Rightarrow t^2+2t-99=0\Rightarrow\ t_1=9\ convine, t_2=-11$ nu convine $\Rightarrow x=2$ soluția ecuației.	**3p**
5p	**4.** $P=\frac{număr\ cazuri\ favorabile}{număr\ cazuri\ posibile}$. Numărul cazurilor posibile$=C_{20}^2=190.$	**2p**
	Avem 8 numere prime în A$\Rightarrow$ 12 numere neprime $\Rightarrow C_{12}^2=66$ submulțimi de 2 elemente neprime$\Rightarrow$190-66=124 cazuri favorabile $\Rightarrow P=\frac{124}{190}=\frac{62}{95}$	**3p**
5p	**5.** Din teorema cosinusului în ΔABC$\Rightarrow BC^2=6^2+6^2-2\cdot 6\cdot 6\left(-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow BC=6\sqrt{3}\Rightarrow$ $BM=MN=NC=2\sqrt{3}$. ΔABC tr isocel cu AD înălțime$\Rightarrow$AD mediană$\Rightarrow BD=DC=3\sqrt{3}$ $\Rightarrow MD=DN=\sqrt{3}$, ΔABC tr isocel, $\widehat{BAC}=120°\Rightarrow\hat{B}=\hat{C}=30°\Rightarrow\sin 30°=\frac{AD}{AB}\Rightarrow AD=3$	**3p**
	$\Rightarrow AM=AN=2\sqrt{3}$. Cum $MN=2\sqrt{3}\Rightarrow\Delta AMN$ echilateral$\Rightarrow\widehat{MAN}=60°$ $\Rightarrow\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=AM\cdot AN\cdot cos\widehat{MAN}=6$	**2p**
5p	**6.** $a-b=\frac{\pi}{6}\Rightarrow 2a=2b+\frac{\pi}{3}\Rightarrow sin2a=sin2bcos\frac{\pi}{3}+sin\frac{\pi}{3}cos2b$	**3p**
	$sin2a=\frac{1}{2}sin2b+\frac{\sqrt{3}}{2}cos2b\Rightarrow 2sin2a=sin2b+\sqrt{3}cos2b$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1.a)** $A_2=\begin{pmatrix}C_2^0 & C_3^0 & C_4^0\\ C_2^1 & C_3^1 & C_4^1\\ C_2^2 & C_3^2 & C_4^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&4\\1&3&6\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(A_2)=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&3&4\\1&3&6\end{vmatrix}=18+6+4-3-12-12=1$	**3p**
5p	**b)** $A_n=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ n & n+1 & n+2\\ \frac{n(n-1)}{2} & \frac{n(n+1)}{2} & \frac{(n+1)(n+2)}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det(A_n)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ n & n+1 & n+2\\ \frac{n(n-1)}{2} & \frac{n(n+1)}{2} & \frac{(n+1)(n+2)}{2}\end{vmatrix}\begin{matrix}C_2-C_1\\=\\C_3-C_1\end{matrix}\begin{vmatrix}1&0&0\\n&1&2\\\frac{n(n-1)}{2}&n&2n+1\end{vmatrix}=$ $=\begin{vmatrix}1&2\\n&2n+1\end{vmatrix}=2n+1-2n=1$	**2p**
5p	**c)** Aria triunghiului $P_nQ_nR_n$ este $A=\frac{1}{2}\lvert\Delta_n\rvert$	**2p**

	$\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & C_n^1 & C_n^2 \\ 1 & C_{n+1}^1 & C_{n+1}^2 \\ 1 & C_{n+2}^1 & C_{n+2}^2 \end{vmatrix} = \det({}^tA_n)=\det(A_n) = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$ $\lvert P_nQ_n\rvert = \sqrt{(C_{n+1}^1 - C_n^1)^2 + (C_{n+1}^2 - C_n^2)^2} = \sqrt{1+n^2} \geq \sqrt{5} > 1, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ Din $A = \frac{\lvert P_nQ_n\rvert \cdot d(R_n, P_nQ_n)}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(R_n, P_nQ_n) = \frac{1}{\lvert P_nQ_n\rvert} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} < 1$	3p
5p	**2. a)** $1 \circ 0 = 1 \cdot 0 + (1+0)\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 =$ $=0+\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2=2$	3p 2p
5p	**b)** Elementul neutru : $\exists e \in G$ a.î. $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in G$ $x \circ e=(x+\sqrt{2})(e+\sqrt{2}) - \sqrt{2}$ $e \circ x = (e+\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) - \sqrt{2} \Rightarrow x \circ e = e \circ x$ $x \circ e = x \Rightarrow (x+\sqrt{2})(e+\sqrt{2}) = x+\sqrt{2}, \forall x \in G \Rightarrow e = 1-\sqrt{2} \in G$	2p 3p
5p	**c)** Se arată prin inducție că $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ n\ ori} = (x+\sqrt{2})^n - \sqrt{2}$ $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ n\ ori} = x \Rightarrow (x+\sqrt{2})^n - \sqrt{2} = x \Rightarrow (x+\sqrt{2})^{n-1} = 1$ Cum $x+\sqrt{2} > 0, \forall x \in G \Rightarrow x+\sqrt{2} = 1 \Rightarrow x = 1-\sqrt{2} \Rightarrow x = e$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x)=(x^3)'+(e^{x^3})'=3x^2+3x^2 \cdot e^{x^3} = 3x^2(1+e^{x^3})$ $e^{x^3} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 1+e^{x^3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$; $3x^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}^*$. Din tabelul de variație⇒ f strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.	2p 3p
5p	**b)** $\lim_{x\to 0}(f(x))^{\frac{1}{x^3}}=\lim_{x\to 0}(x^3+e^{x^3})^{\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to 0}\left(1+(x^3+e^{x^3}-1)\right)^{\frac{1}{x^3}} = e^{\lim_{x\to 0}\frac{x^3+e^{x^3}-1}{x^3}} =$ $=e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^3}{x^3}+\frac{e^{x^3}-1}{x^3}\right)} = e^2$	3p 2p
5p	**c)** Pentru x=0 avem f(0)=1 și $f(0)+f(0^3) = 1+1 = 2$ rezultă că x=0 este soluție a ecuației Din f strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, obținem Pt $x > 0 \Rightarrow x^3 > 0 \Rightarrow f(x) > f(0) = 1$ și $f(x^3) > f(0^3) = 1 \Rightarrow f(x)+f(x^3) > 2$ Pt $x < 0 \Rightarrow x^3 < 0 \Rightarrow f(x) < f(0) = 1$ și $f(x^3) < f(0^3) = 1 \Rightarrow f(x)+f(x^3) < 2$ $\Rightarrow f(x)+f(x^3) \neq 2, \forall x \in \mathbb{R}^*$, iar $x=0$ verifică ecuația $f(x)+f(x^3)=2 \Rightarrow x=0$ soluția unică a ecuației.	2p 3p
5p	**2. a)** $\int_0^1 (x^2+1)^2 dx = \int_0^1 (x^4+2x^2+1)dx = \int_0^1 x^4\,dx + 2\int_0^1 x^2\,dx + \int_0^1 dx=$ $\frac{x^5}{5}\Big\vert_0^1 + 2\frac{x^3}{3}\Big\vert_0^1 + x\vert_0^1 = \frac{1}{5}+\frac{2}{3}+1 = \frac{28}{15}$	2p 3p
5p	**b)** $\int_0^1 ln(f(x))dx = \int_0^1 \ln(x^2+1)^2\,dx = 2\int_0^1 ln(x^2+1)dx = 2xln(x^2+1)\vert_0^1 - 2\int_0^1 x \cdot \frac{2x}{x^2+1}dx =$ $=2ln2 - 4\int_0^1 \frac{x^2+1-1}{x^2+1}dx = 2ln2 - 4\int_0^1 dx + 4\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx = 2ln2 - 4x\vert_0^1 + 4arctgx\vert_0^1 =$ $2ln2 - 4 + \pi$.	2p 3p
5p	**c)** Avem că $\int lnf(x)dx = 2xln(x^2+1) - 4x + 4arctgx + C$. Primitiva care se anulează în 0 este $F(x) = 2xln(x^2+1) - 4x + 4arctgx$ F primitivă pentru lnf $\Rightarrow \int_0^1 lnf(x)dx = F(x)\vert_0^1 = F(1) - F(0) = F(1)$ $F'(x)= lnf(x) = 2\,ln(x^2+1) > 0$ pe $\mathbb{R}^*$și $F'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow$ F este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ Pentru $x \in [0,1] \Rightarrow F(x) \leq F(1) \Rightarrow \int_0^1 F(x)dx \leq \int_0^1 F(1)dx = F(1)\int_0^1 dx = F(1)x\vert_0^1 = F(1) =$ $\int_0^1 lnf(x)dx$	2p 3p