Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=\frac{1+i}{1-i}$. Să se arate că $|1+z+z^2+z^3+\dots+z^{2026}|=1$

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2+(1-m)x-2m-1=0$. Să se determine numărul real m pentru care suma pătratelor rădăcinilor ecuației este minimă.

5p **3.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\frac{3^{x-1}+1}{2}=\frac{16}{3^{x}-1}$.

5p **4.** Fie mulțimea $A=\{1,2,3,\dots,20\}$. Să se calculeze probabilitatea ca alegând o submulțime cu două elemente a lui A, aceasta sa conțină cel puțin un număr prim.

5p **5.** Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $AB=AC=6$ și $\hat{A}=120^o$. Dacă $M,N\in(BC)$ astfel încât BM=MN=NC, să se calculeze produsul scalar $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}$.

5p **6.** Fie $a,b\in\mathbb{R}$, cu $a-b=\frac{\pi}{6}$. Să se arate că $2sin2a=sin2b+\sqrt{3}cos2b$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A_n=\begin{pmatrix} C_n^0 & C_{n+1}^0 & C_{n+2}^0 \\ C_n^1 & C_{n+1}^1 & C_{n+2}^1 \\ C_n^2 & C_{n+1}^2 & C_{n+2}^2 \end{pmatrix}$, $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$.

5p **a)** Să se calculeze $det(A_2)$.

5p **b)** Să se arate că $det(A_n)=1$, pentru orice $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$

5p **c)** În sistemul de coordonate XOY, se consideră punctele $P_n(C_n^1,C_n^2)$, $Q_n(C_{n+1}^1,C_{n+1}^2)$, $R_n(C_{n+2}^1,C_{n+2}^2)$ $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$. Să se demonstreze că distanța de la R_n la dreapta P_nQ_n este mai mica decât 1.

2. Se consideră grupul (G, ∘), unde $G=(-\sqrt{2},\infty)$ și legea de compoziție
$x\circ y=xy+(x+y)\sqrt{2}-\sqrt{2}+2, \forall\, x,y\in G$.

5p **a)** Să se arate că $1\circ 0=2$

5p **b)** Să se determine elementul neutru al grupului.

5p **c)** Să se arate că dacă există $n\in\mathbb{N}, n\geq 2$ și $x\in G$, astfel încât $\underbrace{x\circ x\circ\dots\circ x}_{de\ n\ ori}=x$, atunci x=e, unde e elementul neutru al grupului.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+e^{x^3}$

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$ și să se arate că f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculze $\lim\limits_{x\to 0}(f(x))^{\frac{1}{x^3}}$.

5p **c)** Să se arate că ecuația $f(x)+f(x^3)=2$ are o unică soluție reală.

2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+1)^2$

5p **a)** Să se arate că $\int_0^1 f(x)dx=\frac{28}{15}$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 \ln(f(x))dx$

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 F(x)dx \le \int_0^1 \ln(f(x))dx$, unde F este primitivă a lui ln(f), cu F(0)=0.