

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026

Proba E.c)

Matematică M_șt-nat

Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $z + i \cdot z = 2 + (2a - 3)i + i \cdot 2 - (2a - 3) = 2 - 2a + 3 + i(2a - 3 + 2) = 5 - 2a + i(2a - 1)$ $2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$	3p 2p
5p	2. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ dacă $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > 0 \\ (m - 1)^2 - 4(m - 1)(2m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > 0 \\ (m - 1)(m - 1 - 8m + 4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (1, +\infty) \\ m \in \left(-\infty, \frac{3}{7}\right) \cup (1, +\infty) \end{cases} \Rightarrow m \in (1, +\infty)$	3p 2p
5p	3. Condiții: $x - 1 > 0 \Rightarrow x \in (1, +\infty)$ Inecuația devine $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) < \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x - 1 > 8 \Rightarrow x > 9$ Deci $x \in (9, +\infty) \cap (1, +\infty) = (9, +\infty)$	3p 2p
5p	4. Mulțimea A conține 3 elemente numere pare $\{0, 2, 4\}$. Se pot adăuga suplimentar zero, unul, două sau 3 elemente nr. impare dintre elementele $\{1, 3, 5\}$. Obținem: 1 submulțime care conține zero numere impare, 3 submulțimi care conțin suplimentar câte un singur nr. impar, 3 submulțimi care conțin suplimentar două nr. impare și o submulțime care conține 3 numere impare, deci sunt 8 submulțimi care îndeplinesc condiția.	2p 3p
5p	5. Punctul B este simetricul punctului A față de punctul P $\Rightarrow P$ este mijlocul segmentului AB. $m = \frac{x_A + x_B}{2} = 1, n = \frac{y_A + y_B}{2} = 4 \Rightarrow P(1, 4)$.	2p 3p
5p	6. $(\cos 2x - \sin 2x)^2 = 2 - (\sin 2x + \cos 2x)^2 \Leftrightarrow (\cos 2x - \sin 2x)^2 + (\sin 2x + \cos 2x)^2 = 2$ $\Leftrightarrow \cos^2 2x - 2 \cos 2x \cdot \sin 2x + \sin^2 2x + \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x + \cos^2 2x = 2$ $\Leftrightarrow 2(\cos^2 2x + \sin^2 2x) = 2 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 = 2$, ceea ce este adevărat pentru orice număr real x.	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1.a) $\det(A(m)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & m+1 \\ 1 & m-1 & m \\ 5 & 4 & 3(m+1) \end{vmatrix} = 6(m^2 - 1) + 4(m+1) + 5m - 5(m^2 - 1) - 8m - 3(m+1) =$ $= 6m^2 - 6 + 4m + 4 + 5m - 5m^2 + 5 - 8m - 3m - 3 = m^2 - 2m$ pentru orice număr real m	3p 2p
5p	b) $\begin{cases} -(m+1) = 1 \\ -m = 2 \\ -3(m+1) = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow m = -2$	3p 2p
5p	c) Pentru $m = 2$ sistemul devine $\begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ x + y + 2z = 2 \\ 5x + 4y + 9z = 3 \end{cases}$ $\text{rang}(A(2)) = 2$ și rangul matricei extinse este egal cu 3, deci sistemul este incompatibil. (sau: adunând prima ecuație și a doua ecuație înmulțită cu 3, obținem contradicție cu ecuația a treia)	2p 3p
5p	2. a) $(-3) * (-2) = (-3)(-2) - 2 \cdot (-3) - 2 \cdot (-2) + 6 =$ $= 6 + 6 + 4 + 6 = 12 + 4 + 6 = 22$	2p 3p

5p	b) $x * y = xy - 2x - 2y + 4 + 2 =$ $= x(y - 2) - 2(y - 2) + 2 = (x - 2)(y - 2) + 2$, pentru orice numere reale x și y .	2p 3p
5p	c) $x * (2x) = (x - 2)(2x - 2) + 2$, $x * (2x) * (3x) = [(x - 2)(2x - 2) + 2] * (3x) = (x - 2)(2x - 2)(3x - 2) + 2$, unde $x \in \mathbb{R}$. $(x - 2)(2x - 2)(3x - 2) + 2 = 2 \Leftrightarrow (x - 2)(2x - 2)(3x - 2) = 0$. Cum $x \in \mathbb{Z}$ obținem $x = 1$ sau $x = 2$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

5p	1. a) $f'(x) = \frac{(2x-1)(x^2+x+1)-(2x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+x+1)^2} =$ $= \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2} = \frac{2(x - 1)(x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
5p	b) $f(0) = 1, f'(0) = -2$ Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 1$	2p 3p
5p	c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2x}{x^2 + x + 1} \right)^x =$ $= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-2x^2}{x^2 + x + 1} \right)} = e^{-2}$	3p 2p
5p	2. a) $\int_0^1 (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1) dx = (x^4 + x^3 + x^2 + x) _0^1 =$ $= 4$	3p 2p
5p	b) $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + c$, unde $c \in \mathbb{R}$ $F(-1) = 1 \Rightarrow c = 1$, deci $F(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$	2p 3p
5p	c) $\int_0^a f(x) dx + \frac{1}{a} \int_a^0 f(x) dx = \int_0^a (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1) dx + \frac{1}{a} \int_a^0 (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1) dx =$ $= (a^4 + a^3 + a^2 + a) - \frac{1}{a} (a^4 + a^3 + a^2 + a) = a^4 - 1$, pentru oricare număr real nenul a	2p 3p