Simulare județeană - Examenulnațional de bacalaureat, februarie 2026
ProbaE.c)
Matematică*M_șt-nat*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p	**1.** $a_1 + 3r = 5$ și $a_1 + 8r = 30$ de unde $a_1 = -10$ și $r = 5$	**3p** **2p**
5p	**2.** $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 - m\cdot x + 2 = 0$ Graficele celor doua funcții se intersectează în două puncte distincte dacă și numai dacă $\Delta > 0 \Rightarrow$ $m^2 - 16 > 0$, de unde $m \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$	**2p** **3p**
5p	**3.** $log_2(3x-2) + log_2(x+2) = 4 \Leftrightarrow log_2(3x^2 + 4x - 4) = 4$ $3x^2 + 4x - 20 = 0 \Rightarrow x = -\frac{10}{3}$, care nu convine și x = 2, care convine.	**2p** **3p**
5p	**4.** $B = \{0^2, 1^2, 2^2, \dots, 45^2\}$ - mulțimea pătratelor perfecte mai mici decât 2026, $card\ B = 46$ $C = \{0^3, 1^3, 2^3, \dots, 12^3\}$ - mulțimea cuburilor perfecte mai mici decât 2026, $card\ C = 13$ $B \cap C = \{0^6, 1^6, 2^6, 3^6\}$, $card\ (B \cap C) = 4 \Rightarrow card\ A = 46 + 13 - 4 = 55$	**2p** **3p**
5p	**5.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$, M mijlocul lui BC $\lvert\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\rvert = \lvert 2\overrightarrow{AM}\rvert = 2\cdot\frac{BC}{2} = BC = 16\sqrt{3}$	**2p** **3p**
5p	**6.** $5cosx - cos2x = 1 \Leftrightarrow 5cosx - 2cos^2x = 0 \Leftrightarrow cosx(5 - 2cosx) = 0$ $cosx = 0$ cu soluțiile $x = \frac{\pi}{2}$ și $x = \frac{3\pi}{2}$, $5 - 2cosx = 0$, $cosx = \frac{5}{2}$, care nu convine	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $A(-1) = I_2 - 3B = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ $\det(A(-1)) = \begin{vmatrix} -5 & -12 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -35 + 36 = 1$	**2p** **3p**
5p	**b)** $A(m) = \begin{pmatrix} 6m+1 & 12m \\ -3m & 1-6m \end{pmatrix}, m \in \mathbb{R}$, $\det(A(m)) = \begin{bmatrix} 6m+1 & 12m \\ -3m & 1-6m \end{bmatrix} = (1+6m)(1-6m) + 36m^2 = 1 \neq 0$, pentru orice $m \in \mathbb{R}$ $A(m)$ inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0 \Rightarrow A(m)$ inversabilă pentru orice $m \in \mathbb{R}$.	**3p** **2p**
5p	**c)** $B^2 = O_2$ și $A(m)\cdot A(p) = A(m+p)$, pentru orice $m, p \in \mathbb{R}$, prin urmare $A(1)\cdot A(2)\cdot \dots \cdot A(n) = A\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$ $A\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = A(105) \Rightarrow n^2 + n - 210 = 0$, de unde $n = 14$	 **3p** **2p**
5p	2. **a)** $2026 * (-1) = 2026 - 1 + 2026\cdot(-1) =$ $= 2026 - 1 - 2026 = -1$	**3p** **2p**
5p	**b)** P(n): $x_1 * x_2 * \dots * x_n = (x_1+1)(x_2+1)\dots(x_n+1) - 1, \forall n \geq 2$ x∗y=(x+1)(y+1)-1, $x, y \in \mathbb{R}$. Pentru n=2, $x_1 * x_2 = (x_1+1)(x_2+1) - 1$, adevărat P(k): $x_1 * x_2 * \dots * x_k = (x_1+1)(x_2+1)\dots(x_k+1) - 1$, adevărat P(k+1): $(x_1 * x_2 * \dots * x_k) * x_{k+1} = [(x_1+1)(x_2+1)\dots(x_k+1) - 1] * x_{k+1} =$ $[(x_1+1)(x_2+1)\dots(x_k+1) - 1 + 1](x_{k+1}+1) - 1 = (x_1+1)(x_2+1)\dots(x_{k+1}+1) - 1$, adevărat Deci egalitatea este adevărată pentru orice număr natural $n \geq 2$.	**3p** **2p**
5p	c) $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{2026} = (1+1)\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(\frac{1}{3}+1\right)\cdot \dots \cdot\left(\frac{1}{2026}+1\right) - 1 =$ $2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot \dots \cdot\frac{2027}{2026} - 1 = 2027 - 1 = 2026$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

5p	**1. a)** $f'(x) = \frac{2x\sqrt{x} - \frac{x^2+3}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\frac{4x^2 - x^2 - 3}{2\sqrt{x}}}{x} =$ $= \frac{3x^2-3}{2x\sqrt{x}} = \frac{3(x^2-1)}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0; \infty)$	**3p** **2p**

5p	**b)** f(1)=4, $f'(1) = 0$ Ecuația tangentei: $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Leftrightarrow y - 4 = 0(x-1) \Leftrightarrow y = 4$	2p 3p
5p	**c)** $f'(x) = 0 \Longrightarrow x = 1$, care convine Pentru x ∈ $(0;1)$, $f'(x) < 0$, deci f este strict descrescătoare și pentru x ∈ $[1;\infty)$, $f'(x) \geq 0$ deci f este crescătoare. Cum f(1)=4, rezultă că $f(x) \geq 4$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$ și, prin urmare $f(x^2) \geq 4$ și $f(x^3) \geq 4$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$. Deci $f(x) + f(x^2) + f(x^3) \geq 12$, pentru orice x ∈ $(0;\infty)$.	3p 2p
5p	**2. a)** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} 2^x = 1$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} (\sqrt{x}+1) = 1$ și f(0)=1, deci $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) = 1$ de unde obținem că f este continuă in x = 0. Cum f este continuă pe (-∞, 0) și pe (0, ∞), rezultă că f este continuă pe $\mathbb{R}$. Prin urmare, f admite primitive pe R.	3p 2p
5p	**b)** $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} 2^x dx + \int_{0}^{1} (\sqrt{x}+1)dx =$ $\left.\frac{2^x}{\ln 2}\right\|_{-1}^{0} + \left.\left(\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x\right)\right\|_{0}^{1} = \frac{1}{2\ln 2} + \frac{5}{3}$	2p 3p
5p	**c)** $\sqrt{x} \geq x, \forall x \in [0,1] \Rightarrow (\sqrt{x}+1)^{2025} \geq (x+1)^{2025}, \forall x \in [0,1]$. Prin urmare, $\int_0^1 f^{2025}(x)dx \geq \int_0^1 (x+1)^{2025} dx = \left.\frac{(x+1)^{2026}}{2026}\right\|_0^1 = \frac{2^{2026}-1}{2026}$.	2p 3p