

**Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, februarie 2026**  
**Proba E.c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

**SUBIECTUL I****(30 puncte)**

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  cu  $a_4 = 5$  și  $a_9 = 30$ . Determinați  $a_1$  și rația progresiei.
- 5p** 2. Fie funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - x + 5$ ,  $g(x) = (m-1)x + 3$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Aflați valorile reale ale lui  $m$  pentru care graficele celor două funcții se intersectează în două puncte distincte.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(3x-2) = 4 - \log_2(x+2)$ .
- 5p** 4. Fie mulțimea  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este pătrat perfect sau } n \text{ este cub perfect, } n < 2026\}$ . Aflați cardinalul mulțimii  $A$ .
- 5p** 5. Triunghiul  $ABC$  este dreptunghic cu ipotenuza  $BC = 16\sqrt{3}$ . Calculați modulul vectorului  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .
- 5p** 6. Determinați  $x \in (0, 2\pi)$  pentru care  $5 \cos x - \cos 2x = 1$ .

**SUBIECTUL al II-lea****(30 puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(m) = I_2 + 3mB$ , unde  $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  și  $m \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(-1)) = 1$ .
- 5p** b) Aflați  $m \in \mathbb{R}$  pentru care matricea  $A(m)$  este inversabilă.
- 5p** c) Aflați  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(n) = A(105)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = x + y + xy$ .
- 5p** a) Arătați că  $2026 * (-1) = -1$ .
- 5p** b) Arătați că  $x_1 * x_2 * \dots * x_n = (x_1 + 1)(x_2 + 1) \dots (x_n + 1) - 1$ , oricare ar fi  $n \geq 2$ ,  $n$  număr natural.
- 5p** c) Calculați  $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{2026}$ .

**SUBIECTUL al III-lea****(30 puncte)**

1. Fie funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x}}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3(x^2 - 1)}{2x\sqrt{x}}$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(x) + f(x^2) + f(x^3) \geq 12$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$ .
- 5p** a) Arătați că funcția  $f$  admite primitive pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .
- 5p** c) Utilizând, eventual, inegalitatea  $x \leq \sqrt{x}$ ,  $\forall x \in [0, 1]$ , arătați că  $\int_0^1 f^{2025}(x) dx \geq \frac{2^{2026} - 1}{2026}$ .