

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**
**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**
**(30 puncte)**

1.	$\frac{2}{\sqrt{27}-1} - \frac{1}{4+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{27}+1)}{26} - \frac{4-\sqrt{3}}{13} = -\frac{3}{13} + \frac{4}{13}\sqrt{3}$ $a = -\frac{3}{13}, b = \frac{4}{13} \in \mathbb{Q}$	3p 2p
2.	$f(f(x)) = a^2x + 7a + 7; 3f(x) + 7 = 3ax + 28$ Din $a^2x + 7a + 7 = 3ax + 28 \Leftrightarrow (a-3)(ax+7) = 0 \Rightarrow a = 3$	3p 2p
3.	$2^{\sqrt{5-x}} = 2^{\sqrt{x^2-8x+11}} \Leftrightarrow \sqrt{5-x} = \sqrt{x^2-8x+11} \Rightarrow x^2-7x+6=0$ $x = 6$ , care nu convine sau $x = 1$ , care convine	3p 2p
4.	Numărul submulțimilor cu 4 elemente, care să-l conțină pe $b$ , este egal cu numărul submulțimilor cu 3 elemente ale mulțimii $\{a, c, d, e, f\}$ , adică $C_5^3$ $C_5^3 = 10 \Rightarrow 10$ submulțimi	3p 2p
5.	$CD \parallel AB \Rightarrow m_{CD} = m_{AB} = \frac{2}{3}$ Ecuația dreptei $CD$ este $2x - 3y - 9 = 0$	3p 2p
6.	Din $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} \Rightarrow AC = 2$ Din $AB = AC = 2 \Rightarrow \triangle ABC$ echilateral și $BC = 2$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**
**(30 puncte)**

1.a)	$A(-5, 5) = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ $\det(A(-5, 5)) = -15 + 15 = 0$	3p 2p
b)	$\det(A(a, b)) = \begin{vmatrix} a & b \\ a+2 & b-2 \end{vmatrix} = -2(a+b)$ , pentru orice numere reale $a$ și $b$ $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{Q} \Rightarrow a+b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow \det(A(a, b)) \neq 0$ , deci matricea $A(a, b)$ este inversabilă pentru oricare $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $b \in \mathbb{Q}$	2p 3p

c)	$A(\sqrt{3},1) = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ \sqrt{3}+2 & -1 \end{pmatrix}, \det(A(\sqrt{3},1)) = -2(\sqrt{3}+1), A^{-1}(\sqrt{3},1) = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{3}+2 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ $X = A^{-1}(\sqrt{3},1) \cdot A(0,0) = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{3}+2 & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}+1}{2} \\ \frac{-3+\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	Din $a=2 \Rightarrow f=2X^3-4X^2+7X+2$ , iar restul împărțirii lui $f$ la $X-2$ este $f(2)$ $f(2)=16-16+14+2=16$	3p 2p
b)	$x_1+x_2+x_3=2 \Rightarrow x_3=1$ $f(1)=0 \Rightarrow a=-5$	3p 2p
c)	$f=(X-1)(2X^2-2X+5)$ este descompunerea polinomului $f$ în factori ireductibili peste $R[X]$ deoarece polinomul $g=2X^2-2X+5$ nu are rădăcini reale	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{(x+\sqrt{x^2+5})'}{x+\sqrt{x^2+5}} = \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}}{x+\sqrt{x^2+5}}$ $f'(x) = \frac{x+\sqrt{x^2+5}}{\sqrt{x^2+5}} \cdot \frac{1}{x+\sqrt{x^2+5}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}, x \in R$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x+\sqrt{x^2+5}) - \ln e^x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \ln \frac{x+\sqrt{x^2+5}}{e^x} \right) =$ $= \ln \left( \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+\sqrt{x^2+5}}{e^x} \right) = \ln \left( \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}}{e^x} \right) = \ln 0 = -\infty$	2p 3p
c)	$f$ strict crescătoare pe $R$ Pentru $x \in (1, +\infty) \Rightarrow f(x) > f(1) \Rightarrow -f(x) < -f(1)$ $\frac{1}{x} < 1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1) \Rightarrow 2f\left(\frac{1}{x}\right) < 2f(1) \Rightarrow 2f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) < f(1)$ , pentru orice $x \in (1, +\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_1^2 (3x^2 - 1) dx = (x^3 - x) \Big _1^2$ $= (2^3 - 2) - (1^3 - 1) = 6$	2p 3p
b)	$\int_{-1}^0 (3x^2 - 1) \cdot e^{(x^3-x)} dx = \int_{-1}^0 \left( e^{(x^3-x)} \right)' dx = \left( e^{(x^3-x)} \right) \Big _{-1}^0$ $\left( e^{(x^3-x)} \right) \Big _{-1}^0 = e^0 - e^0 = 0$	3p 2p

