

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p** 1) Arătați că media aritmetică a numerelor $a = \log_5 50 - \log_5 2$ și $b = 5^1 + 5^2$ este egală cu 16.
- 5p** 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 1$. Determinați numărul natural a pentru care $f(a+1) - f(a) = 2026 + f(0)$.
- 5p** 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$.
- 5p** 4) Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\{A_{2026}^1, C_{2026}^2, P_3\}$ acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p** 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3), B(1,-1)$ și $C(-3,-2)$. Arătați că unghiul BAC are măsura egală cu 45° .
- 5p** 6) Arătați că $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră matricele $X(a) = \begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(X(0)) = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real $a > 2$ astfel încât $\det(X(a) \cdot X(a-1)) = 0$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $X(a) \cdot B = B \cdot X(a)$.
- 2) Se consideră polinoamele $f = X^{2026} - X + 5$ și $g = X^{2026} - X^3$.
- 5p** a) Arătați că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ este un număr impar.
- 5p** b) Determinați câtul împărțirii polinomului $f - g$ la $X + 2$.
- 5p** c) Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului $f - g$, arătați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < \pi - 1$.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 1) Se consider funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 4}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 4)^2}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați coordonatele punctului de extrem al graficului funcției f și precizați natura acestuia.
- 5p** c) Demonstrați că $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq -\frac{1}{5}$, pentru orice $x \in [-1, 0]$.
- 2) Se consider funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^e \frac{x \cdot f(x) - 1}{x^2} dx = 2e - 1$.

- 5p** | b) Arătați că $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + \ln x + 2026$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** | c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = f(x) \cdot \ln x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

Scoala in Papuci